الوحدة الأولى

الدرس الأول : - حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين :

[١] أوجد قيمة س ، ص أ، (م، ب) في كل من الحالات التالية : -

[١] (س ، ٢)= (٣ ، ص)

[٢] (٢س^{٢} + ١ ، ٣)= (٩ ، ص^{٢} – ١)

[٣] (م^{٣} ، ٤)= (٢٧ ، ب^{٢})

[٤] (٢س + ١ ، ٣ص + ٢) = (س – ٢ ، ص)

[٥] (م، ٢ب + ١)= (٥ م + ٢ ، ب)

[٦] (س + ٣ ، ٨)= (٥ ، ٢ص – ٤)

[٧] (٣س + ١ ، ٢ – ٥ ص)= (٢ ، ٤)

[٨] (س^{٣} – ٢ ، ص^{٢}+٣)= (٦٢ ، ٢٨)

[٩] (٢م+ ١ ، ٨)= (٩ ، ب^{٣})

[١٠] (ب^{٢} – ١ ، ١ - م)= (٣ ، ٣)

---

[٢] اختر الإجابه الصحيحة من بين الأقواس : -

١- النقطة (٢ ، ١) ∋ .... [ع^{٢} ، س^{٢} ، ص^{٢} ، ط^{٢}]

٢- إذا كانت (٣س + ص ، ٨) = (٢٧ ، ٢ ص) فإن(س ، ص) = ... [(٣،٠)،(٠،٣)،(٢٧،٨)،(٨،٠)]

٣- إذا كانت (٣ ، ٨) ∋ {٣ ، ٤} × {٢ ، ص} فإن ص = ... [٢ ، ٣، ٨، ٤]

٤- إذا كانت:ه(ص)=٣ ، ه (ص× س) =١٢ فإن ه (س)=......[٥،٤،٣،٢]

٥- النقطة (س - ١ ، ٥) تقع علي محور الصادات عندما س = ... [٠ ، ١، ٣،٢]

٦- النقطة (س – ٤ ، ٢ - س) تقع في الربع الثالث عندما س = ... [٢، ٣، ٥،٤]

[٣]أكمل العبارات التالية : -

١) إذا كان = {(٢،ب) ،(٣، جـ)،(٤ ، د)،(٥ ، ٥)} فإن س = ...، ص =.....

٢) إذا كانت ن(ص)= ٣ فإن ن(ص^{٢})= ....

٣) إذا كانت (س^{٣}،٢)= (٨ ، ٢ص-٦) فإن ٢ س + ص = ...

٤) النقطة (س – ٢ ، ٣) تقع علي محور الصادات عندما س = ...

٥) النقطة (٢ ، ٢ ص - ٤) لا تقع علي محور السينات عندما ص ≠ ....

[٤] إذا كانت النقطة ل(س - ٣ ، ١ - ص) ∋ ع^{٢} فإن

١) النقطة ل تقع علي محور السينات عند ....

٢) النقطة ل تقع علي محور الصادات عند ....

٣) النقطة ل تقع في الربع الأول عند ....

٤) النقطة ل تقع في الربع الثاني عند ....

٥) النقطة ل تقع في الربع الثالث عند ....

٦) النقطة ل تقع في الربع الرابع عند ....

٧) لا تقع علي محور السينات عند ....

٨) لا تقع علي محور الصادات عند ....

٩) لا تقع في الربع الأول عند ....

١٠) لا تقع في الربع الثالث عند ....

[٥] إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٥، – ٢ }

أوجد :- [١] س × ص [٢] ص × س [٣] س^{٢} [٤] ص^{٢}

ثم مثلهم بمخططين أحدهما سهمي والأخر بياني

[٦] مثل النقط التالية علي الشبكة البيانية ح × ح

(٢ ، ٥)، (٣ ، -٢)،(-١ ، ٤)،(-٢ ، -٣)،(٥ ، - ٨)،(٣ ، -٢)

ثم حدد الربع الذي تقع فيه كل نقطة

[٧] إذا كانت سـ ={٢ ، ١ ، ٣} ، صـ = {٨ ، ٤} ، ع = { ٥،٤،٣} أوجد

[١] سـ × صـ ومثله بمخطط سهمي   [٤] صـ × (سـ ∪ ع)

[٢] صـ × سـ ومثله بمخطط بياني   [٥] (صـ ∪ صـ) × (صـ - ع)

[٣]سـ × (صـ ∩ ع)   [٦] (صـ - سـ) × (سـ - ع)

[٨] إذا كانت سـ = {٢ ، ٣ ، ٨} أوجد سـ × سـ ومثله بمخطط سهمي .

[٩] إذا كانت صـ = {٥ ، ٣ ، ٤ ، ٢} أوجد صـ × صـ ومثله بمخطط بياني

الدرس الثانى : العلاقات

[١] إذا كانت سـ = {٠ ، ١ ، ٢، ٣، ٤ ، ٥، ٦} وكانت ع علاقة سـ حيث ﺃ ع ب تعنى

ﺃ+ ب = ٥ لكل : ﺃ ∈ سـ ، ب ∈ سـ أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي

[٢] إذا كانت سـ ={ ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٧ } ، صـ = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ } وكانت ع

علاقة من سـ إلى صـ حيث ﺃ ع ب تعني " ﺃ < ب " لكل : ﺃ ∈ سـ ، ب ∈ صـ

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

[٣] إذا كانت سـ ={ ٠ ، ١ ، ٤ ، ٧ } ، صـ = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ }

وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ حيث ﺃ ع ب تعني " ﺃ+ ب < ٦ "

لكل : ﺃ ∈سـ ، ب ∈ صـ أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

[٤] إذا كانت سـ = { ٢، ١، ٣ ، ٤ ، ٥، ٦، ١٠} وكانت ع علاقة على سـ حيث ﻡ ع ب

تعنى "ﻡ مضاعف ب" لكل ﻡ ∈ سـ ، ب ∈ سـ أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي

[٥] إذا كانت سـ= {٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، ـ٣ ، ـ ٢ ، ـ ١} وكانت ع علاقة على سـ

حيث : ﻡ ع ب تعنى" ﻡ× ب = -١ " لكل ﻡ ∈ سـ ، ب ∈ سـ

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني

[٦] إذا كانت سـ = {٠ ، ١ ، ٢، ٣، ٤ } وكانت ع علاقة على سـ حيث : ﻡ ع ب

تعنى "ب = ٢ ﻡ " لكل ﻡ ∈ سـ ، ب ∈ سـ أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي

[٧] إذا كانت سـ ={-١ ، ١ ، ٢} ، صـ = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } وكانت ع علاقة

من سـ إلى صـ حيث : ﻡ ع ب تعني " ب = ٢ ﻡ+ ٤" لكل ﻡ ∈ سـ ، ب ∈ صـ

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر بياني

[٨] إذا كانت سـ ={١ ، ٢، ٣} ، صـ = {١٣ ، ٣١ ، ٦٥ ، ٢٣} وكانت ع علاقة

من سـ إلى صـ حيث : ﻡ ع ب تعني " ﻡ أحد أرقام ب" لكل ﻡ ∈ سـ ، ب ∈ صـ

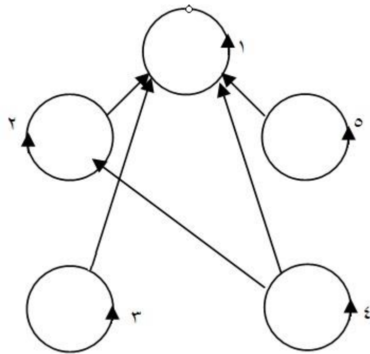
١) أكتب بيان ع ٢) وإذا كانت ٢ ع س أوجد قيمة س

٣) بين أياً مما يلي صواب مع ذكر السبب ٢ع ٦٥ ، ١ع٣١ ، ٣ع١٣

٤) أكتب بطرقة السرد م = {صـ : (صـ ، ٢٣) ∈ ع }

[٩] إذا كانت ع = {(١ ، ٣) ، (-١ ، ١) ، (٠ ، ٢)} أوجد (١) المجموعة س

(٢) المجموعة ص (٣) أ ع ب تعني ....



[١٠] من المخطط السهمى المقابل

(١) أكتب المجموعة المعرف عليها العلاقة

(٢) أكتب بيان ع

(٣) أكتب قاعدة العلاقة ع

[١١] إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٥ ، ٤ ، ٦}

وضح أي مما يلي هو بيان العلاقة بين س ، ص مع توضيح السبب

(١) ع= {(١ ، ٤) ، (٥ ، ٢) ، (٤ ، ١)}

(٢) ع= {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٦)}

(٣) ع = {(٣ ، ٢) ، (٥ ، ٤) ، (١ ، ٦)}

[١٢] إذا كانت س ={١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٧} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث: أ ع ب تعني "أ+ ب = عدد أولي" لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر ديكارتي

[١٣] إذا كانت س ={١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {١ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني " أ أ، ب = عدد أولي"

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي

الدرس الثالث : الدالـــــــة

بين أي العلاقات التالية دالة أم لا مع توضيح السبب ؟ ثم وضح المجال والمجال المقابل والمدي للدالة إن كانت ؟

[١] إذا كانت سـ = {٦ ، ٤ ، ٢ ، ٠ ، -٢ ، -٤ ، -٦} وكانت ع علاقة على سـ حيث

ﺃ ع ب تعنى" ﺃ معكوس جمعي لـ ب " لكل ﺃ ∈سـ ، ب ∈ سـ أكتب بيان ع

ومثلها بمخطط سهمي وبين ما إذا كانت دالة أم لا ؟

[٢] إذا كانت سـ = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٩ ، ١٦} وكانت ع علاقة على

سـ حيث ﺃ ع ب تعنى" $ﺃ^٢$ = ب " لكل ﺃ ∈سـ ، ب ∈ سـ أكتب بيان ع

ومثلها بمخطط سهمي وبين ما إذا كانت دالة أم لا ؟

[٣] إذا كانت سـ = { س : س ∈ صـ ، -٣ ⩽ س ⩽ ٣ } وكانت ع علاقة علىسـ

حيث ﺃ ع ب تعنى" ﺃ+ ب أحد مضاعفات العدد ٣ " لكل ﺃ ∈سـ ، ب ∈ سـ

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني وبين ما إذا كانت دالة أم لا ؟

[٤] إذا كانت د : دالة علي سـ حيث سـ = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكان د(٣) = ٢ ،

د(٤) = ٥ ، د(٥)= ٦ مثل د بمخطط سهم وأخر بياني واكتب بيانها

[٥] إذا كانت سـ ={-٢ ، ٢ ،٤} ، صـ = {٣ ، ٧ ، م } وكانت ع دالة من سـ إلى صـ

حيث ﺃ ع ب تعني " $ﺃ^٢$ +١ = ب " عدد أولي" لكل ﺃ ∈سـ ، ب ∈ صـ

[١] أوجد قيمة م [٢] مثل الدالة ع بمخطط سهمي وآخر ديكارتي

تمارين على الدوال كثيرات الحدود

[١] الأسئلة الموضوعية : - أكمل العبارات الرياضية التالية : -

١) المستقيم الذي يمثل الدالة د(س) = ٥ يقطع محور الصادات في النقطة .... [(٠، ٥)]

٢) إذا كانت د(س) = ٢ ب س + ١ ، وكانت د(٣) = ٧ فأن ب = ... [ب = ١]

٣) نقطة رأس المنحني للدالة د(س) = س^{٢} – ١ هي .... [(٠،-١)]

٤) إذا كانت النقطة د: ٣ ⟵ ٤ ، د(س) = ٢س + جـ فإن جـ = ... [ج = -٢]

٥) إذا كانت د(س) = م س^{٢} + ١ فإن ، د(٢) = ٩ فأن م = ... [ا = ٢]

٦) معادلة محور تماثل الدالة د(س) = ٢س^{٢} + ١ هي .... [س =٠]

٧) رأس منحني الدالة د(س) = ٢س^{٢} + ٥ قيمة .... [صغري]

٨) إذا كانت (٣ ، د(س)) ∋ لمنحني الدالة د(س) = س^{٢} + س فإن د(س) = ...

٩) الدالة د(س) = س^{٢} - ١ تقطع محور السينات في النقط .... [(١ ، ٠) ، (-١ ، ٠)]

١٠) مستقيم الدالة د(س) = ب يقطع من محور الصادات جزء طوله = ٥ فإن ب = ...

التمثيل البيانى للدالة الخطية

[١] أرسم الدوال التالية موضحاً المجال ثم أوجد من الرسم د(-٢)، د(٠)،د(١)

١) د(س) = ٢س + ١ (٢) د(س) = ١- ٢ س

٣) د(س) = س + ٣ وإذا كانت د(س) = ١ اوجد قيمة س

٤) د(س) = ٥س – ٣ وإذا كانت د(س) = ٢ اوجد قيمة س

٥) د(س) = $\frac{١}{٢}$ س + ٢ وإذا كانت د(س) = ٥ اوجد قيمة س

[٢] ارسم كلاً من الدوال التالية : - ثم أوجد د(٠) ، د(١) ، د(٣)

ثم أوجد نقط تقاطع الدالة مع محوري الإحداثيات السيني ، الصادي

١	د(س) = ٢س – ١	١١	د(س) =٢س + ١
٢	د(س) = ٧	١٢	د(س) = س + ٤
٣	د(س) = ١ – ٣ س	١٣	د(س) = ١ – ٢س + س
٤	د(س) = ٤	١٤	د(س) = ٢س – ٤
٥	د(س) = ٢ – س	١٥	د(س) = س + ١
٦	د(س) = -٧	١٦	د(س) = -٣
٧	د(س) = س + ٧	١٧	د(س) = ٢س + ٢
٨	د(س) = ١ + ٢س	١٨	د(س) = ٣س + ٤
٩	د(س) = -٤	١٩	د(س) = ٤س + ٢
١٠	د(س) = ٠	٢٠	د(س) = - ٢

التمثيل البياني للدالة التربيعية

إرسم الدوال التربيعية التالية : ثم من الرسم أوجد :-

[١]المجال [٢] إحداثي رأس المنحني [٣] القيمة العظمى أو الصغرى [٤] معادلة محور التماثل [٥] ثم أوجد د(٤) ، د(-٢) ، د(-١) ، د(٠) ، د(١)

١	د(س) = ٩ − س^{٢}	[-٤، ٤]	١١	د(س) = -٢(س + ١)^{٢}	[-٢، ٢]
٢	د(س) = ٢ س^{٢} − ٣	[-٣، ٣]	١٢	د(س) = س^{٢} −٣س −٤	[-٢، ٥]
٣	د(س) = ٢س^{٢} +٤س −٩	[-٣، ٥]	١٣	د(س) = - س^{٢} + ١	[-٣، ٣]
٤	د(س) = س^{٢} − ٢س + ١	[-٢، ٤]	١٤	د(س) = س^{٢} −٤ س +٤	[-١، ٥]
٥	د(س) = -٢(س +٤)^{٢}	[-٧، -١]	١٥	د(س) = ٦ س - س^{٢}	[-١، ٨]
٦	د(س)= - س^{٢} +٢ س +٢	[-٣، ٥]	١٦	د(س) = ٢٥ − س^{٢}	[-٧، ٧]
٧	د(س) = س^{٢} -١	[-٤، ٤]	١٧	د(س) = ٩ − ٦ س + س^{٢}	[١، ٤]
٨	د(س) = -١ + س - س^{٢}	[-٢، ٢]	١٨	د(س) = ٣ − (س - ١)^{٢}	[-٢، ٤]
٩	د(س) = -٢س +٨- س^{٢}	[-٤، ٢]	١٩	د(س) = ٠.٥ س^{٢} - ١	[-٢، ٢]
١٠	د(س) = س^{٢} -٢ س + ٣	[-٢، ٤]	٢٠	د(س) = (س - ٢)^{٢} − ١	[-١، ٥]

الوحدة الثانية

النسبة و التناسب و التغير الطردى و العكسى :

أكمـــــــل ما يأتى :

١- إذا كانت : م , ٣ س , ٥ ب , ٩ س كميات متناسبه فإن : $\frac{م}{ب}$ = ...

٢- إذا كانت : ٣, ٤, س , ٨ كميات متناسبه فإن س = ...

٣- إذا كانت : ٥ م ــ ٤ ب = صفر , فإن $\frac{م}{ب}$ = ...

٤- إذا كان $\frac{س}{٣}$ = $\frac{ص}{٥}$ وكان : س + ص = ٢٤ فإن : قيمتى س= .....، ص= .....

٥- الرابع المتناسب للأعداد : ٣ , ٥ , ٦ هو .....

٦- إذا كان $\frac{س}{٢}$ = $\frac{ص}{٧}$ وكان : ص ــ س = ١٥ فإن : قيمتى س= .....، ص= .....

٧- إذا كان : ٢ م = ٥ ب فإن : $\frac{م}{ب}$ = ...

٨- الثالث المتناسب للأعداد : ٨ ,٧ , ... , ١٤ هو .....

٩- إذا كان : ٢ م = ٣ ب = ٥ جـ فإن : م : ب : جـ = ... : ..... : .....

١٠- إذا كانت : $\frac{٢ م}{٥ ب}$ = $\frac{٤ جـ}{ء}$ فإن المقدار : م ء = ...

١١- ما العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ لأصبحت متناسبه هو...

١٢- الوسط المتناسب بين العددين ٤ ، ٩ هو .....

١٣- إذا كان : $\frac{م}{ب}$ = $\frac{٣}{٤}$ فإن : ٤ م ــ ٣ ب + ٥ = ...

١٤- إذا كان ٣ ب وسط متناسب بين ٢ م ، ٥ جـ فإن $\frac{ب^٢}{م جـ}$ = ...

١٥- إذا كان ٢:ب = ٢ : ٣ ، ٢ : جـ = ٣ : ٥ فإن ٢ : ب : جـ = ... : ...... : ....

١٦- إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٥}$ فإن $\frac{٥ س}{٣ ص}$ = ...

١٧- إذا كان ٢ ، ٢ س ، ب ، ٣ س كميات متناسبة فإن $\frac{٢}{ب}$ = ...

١٨- الوسط المتناسب بين ٣ ٢ ب^٢ ، ٢٧ ٢^٣ ب^٢ هو ....

١٩- إذا كان ٢ : ب = ٣ : ٥ ، ب – ٢ = ١٢ فإن ٢ = ... ، ب = ...

٢٠-الوسط المتناسب الموجب للعددين ٤ ، ١٦ هو ....

٢١- إذا كانت : س^٢ ص^٢ – ٦ س ص + ٩ = ٠ فإن س . ص $\propto$ ....

٢٢-إذا كانت ص $\propto$ س $\propto$ س^٢ وكانت س = ١ عندما ص = ٢ ،وكانت س = ٤ فإن ص = ...

٣٢- إذا كان : س ص – ٧ = صفر فإن ص تتغير .... س

٢٤- إذا كان : ص = ٣ س^٢ فإن ص $\propto$ ....

٢٥- إذا كانت ص$\propto \frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ فإن العلاقه بين س , ص هى....

٢٦- إذا كانت : ص $\propto \frac{١}{س}$ فإن : $\frac{ص}{س}$ =..........

٢٧- إذا كانت ص س – ٣ = ٠ فإن ص تتغير .... مع س

٢٨- إذا كانت $\frac{ص}{س}$ = ٣ فإن ص تتغير ....مع س

٢٩- إذا كانت س^٤ ص^٢ – ١٠ س^٢ ص + ٢٥ = ٠ فإن ص تتغير ....مع ....

٣٠- العدد ٤ هو الوسط المتناسب بين ٢ , م فإن : م = ...

٣١- إذا كان : ٢ $\propto$ ب , ٢ = ٦ , ب = ٣ فإن : ٢ = ...

٣٢- ص $\propto \frac{١}{س}$, ص = ٢ , س = ٣ فإن : ص = ...

٣٣- إذا كان الكميات : أ , ٣ س , ٥ ب , ٩ س متناسبة فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

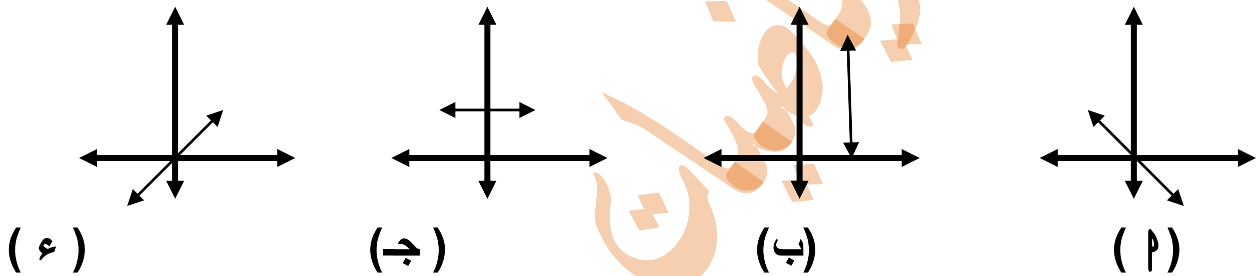
٣٤- إذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٣س}$ فإن س = ...

٣٥- أذا كان س : ص = ٣ : ٤ ، س + ص = ٣٥ فإن : س = ...، ص= ....

٣٦- إذا كانت $\frac{س}{٧} = \frac{ص}{٣} = \frac{س - ص}{ع}$ فإن ع = ...

٣٧- إذا كانت $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٨} = \frac{س + ص}{ع}$ فإن ع = ...

٣٨- أيا من الاشكال الاتية تمثل تغيراً طرديا بين س ، ص



(ء) (جـ) (ب) (أ)

٣٩- إذا كانت س ∝ ص و كانت س = ١٥ عندما ص = ٥ فإن ثابت التناسب = ...

٤٠- الوسط الحسابى المتناسب للعددين ٤ ، ٣٦ هو ....

٤١- إذا كانت ٣ ، ٤ ، س ، ٨ كميات متناسبة فإن س = ...

٤٢- الثالث المتناسب للعددين ٤ ، ٨ هو ....

٤٣- إذا كان $س^٢$ ـ ٦ س ص + ٩ $ص^٢$ = ٠ فإن : س ∝ ....

٤٤- أى العلاقات الاتية تمثل تغير عكسي بين المتغيرين س ، ص ؟

(ص = ٢ س + ١ ، س ص = ٣ ، ص = ٥ س ، $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢}$)

٤٥- إذا كانت التكلفة الكلية (ص) لرحلة ما بعضها ثابت والاخر يتناسب طرديا مع عدد المشتركين س فأختر الاجابة الصحيحة :

(أ) ص = أ س (ب) ص = أ + س

(جـ) ص = أ + $\frac{\text{م}}{\text{س}}$ (م ثابت ≠ ٠)   (ء) ص = أ + م س (م ثابت ≠ ٠)

أسئلة المقال :

١- إذا كان : ٩س^{٢} ــ ٢٤ س ص + ١٦ ص^{٢} = ٠   أوجد   س : ص

٢- أوجد العدد الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٦: ١١ فإنها تصبح ٣ : ٤

٣- عددان حقيقيان موجبان النسبة بينهما ٢ : ٥ ومجموعهما = ٢٨   أوجد هذان العددان

٤- إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٥}{٣}$ ، $\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{٦}{٣}$

وكان س + ص + ع = ٩٢ أوجد قيم س ، ص ، ع

٥- إذاكانت ا ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة أثبت أن :

(١) $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ء}}$ (٢) $\frac{\text{ا}^{٢} + ٢\,\text{جـ}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + ٢\,\text{ء}^{٢}} = \frac{\text{ا}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}$

٦- إذاكانت ا ، ب ، جـ كميات متناسبة أثبت أن :

(١) $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢}} = \frac{٣\text{أ}^{٢} - ٥\text{ب}^{٢}}{٣\text{ب}^{٢} - ٥\text{جـ}^{٢}}$ (٢) $\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}} = \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢}}$

٧- إذا كانت $\frac{\text{س} + \text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}}{\text{ص} - \text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{س}}$ أثبت أن كل نسبه تساوى ٢

(ما لم تكن س + ص = ٠) ثم أوجد س : ص : ع

٨ - إذا كان $\frac{\text{س} + \text{ص}}{١٩} = \frac{\text{ص} + \text{ع}}{٧}$ أثبت أن $\frac{\text{س} + ٢\,\text{ص} + \text{ع}}{١٣} = \frac{\text{س} - \text{ع}}{٦}$

٩- إذا كان : $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٧} = \frac{\text{جـ}}{٣}$ أوجـــد قيمة $\frac{\text{أ} + ٢\,\text{ب}}{\text{ب} - \text{حـ}}$

١٠- عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كلا منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

١١- عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للاول ٧ وطرح من الثانى ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددان

١٢- إذا كان ا : ب : جـ = ٥ : ٧ : ٣ وكان ا + ب = ٢٧.٦ أوجدا ، ب ، جـ

١٣- إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص}}{\text{٤}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$ أثبت أن $\frac{\text{٢ص} - \text{ع}}{\text{٣س} - \text{٢ ص} + \text{ع}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

١٤- إذا كانت ب هى الوسط المتناسب بين أ ، جـ أثبت أن $\frac{\text{جـ}^2 - \text{٣ ب}^2}{\text{ب}^2 - \text{٣ أ}^2} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

١٥- إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات فى تناسب متسلسل أثبت أن $\frac{\text{أ}^2 - \text{٣ جـ}^2}{\text{ب}^2 - \text{٣ ء}^2} = \frac{\text{ب}}{\text{ء}}$

١٦- إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات فى تناسب متسلسل أثبت أن $\frac{\text{جـ}^2 - \text{ء}^2}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب ء}}{\text{أ}}$

١٧- إذا كانت ب وسطا متناسبا بين ا ، جـ أثبت أن $\frac{\text{ا}^3 + \text{ب}^3}{\text{ب}^3 + \text{جـ}^3} = \frac{\text{ا}^2}{\text{ب جـ}}$

١٨- إذا كان $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{٣}} = \frac{\text{ب} + \text{جـ}}{\text{٦}} = \frac{\text{جـ} + \text{أ}}{\text{٥}}$ فأثبت أن $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{\text{أ}} = \text{٧}$

١٩- إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٣}}{\text{٤}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{٥}}{\text{٨}}$ أوجد قيمة المقدار $\frac{\text{٤ أ جـ - ب ء}}{\text{٣ ا ء + ب جـ}}$

٢٠- إذا كان ٢ أ = ٣ ب = ٤ جـ أوجد أ : ب : جـ ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{\text{ا} + \text{٢ ب}}$

٢١- إذا كانت $\text{ص}^2\ \text{س}^2 - \text{٦ س ص} + \text{٩} = \text{٠}$ أثبت أن ص تتغير عكسياً مع س

٢٢- إذا كانت ص ∞ س وكانت ص = ٥ عندما س = ٦ أوجد العلاقة بين س ، ص ثم

(١) أوجد قيمة ص عندما س = ١٢ (٢) أوجد قيمة س عندما ص = ١٥

٢٣- إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س وكانت ص = ٥ عندما س = ١٢ أوجد :

العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٦

٢٤- إذا كانت س = ل + ٩ وكانت ل ∞ ص وكانت س = ٢٤ عندما ص = ٥

أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة س عندما ص = ١٢

٢٥- إذا كانت س تتغير عكسياً بتغير مربع ص وكانت س = ١٠٠ عندما ص = ٠.٢

أوجد:قيمة ص عندما س = ٤٠٠

٢٦- إذا كانت $\frac{٢١ س - ص}{٧ س - ع} = \frac{ص}{ع}$ أثبت أن ص ∞ ع

٢٧- إذا كان مقدار السرعة ع التى يخرج بها الماء من فوهة خرطوم يتغير عكسياً بتغير مربع طول نصف قطر فوهة الخرطوم نق وكانت ع = ٥ سم/ ث عندما نق= ٣ سم

أوجد ع عندما نق = ٢.٥ سم

٢٨- تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طرديا مع الزمن فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كيلومتر فى ٦ ساعات فكم كيلو متراً تقطعها السيارة فى ١٠ ساعات

٢٩- إذا كان وزن جسم على القمر (و) يتناسب طرديا مع وزنه على الارض (ر) فإذا كان الجسم يزن ٨٤ كجم على الارض ووزنه ١٤ كجم على القمر فكم وزنه على القمر إذا كان وزنه على الارض ١٤٤ كجم ؟

٣٠- من بيانات الجدول التالى أجب عن الاسئلة الاتية

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

(أ) بين نوع التغير بين ص ، س (ب) أوجد ثابت التناسب

(جـ) أوجد قيمة ص عندما س = ٣ (ء) أوجد قيمة س عندما ص = ٢

٣١- إذا كان ع أرتفاع أسطوانة دائرية قائمة (حجمها ثابت) يتغير عكسيا بتغير مربع طول نصف قطرها (نو) وكان ع = ٢٧ سم عندما نق = ١٠.٥ سم أوجد :
ع عندما نو = ١٥.٧٥

٣٢- من بيانات الجدول التالى أجب عن الاسئلة الاتية

س	٩	٤.٥	١٢
ص	٦	٣	٨

(أ) بين نوع التغير بين ص ، س (ب) أوجد ثابت التناسب

(جـ) أوجد قيمة ص عندما س = ٢٤

٣٣- إذا كانت ص = م + ب حيث م ثابت ، ب تتغير طرديا مع س فإذا كانت ص=٣ عندما
س = ١ ، ص = ٥ عندما س = ٣
(١) أوجد العلاقة بين ص ، س (٢) أوجد قيمة ص عندما س = ٧

٣٤- أوجد العدد الذى إذا أضيف لكلا من الاعداد ١ ، ٤ ، ١٠ حتى تصبح

فى تناسب متسلسل

٣٥- إذا كانت $\frac{\text{س + ص}}{٨} = \frac{\text{ص + ع}}{٣} = \frac{\text{س + ع}}{٧}$ إوجد قيمة $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{٢س + ٣ص + ٣ع}}$

٣٦- إذا كان $\frac{\text{س + ص}}{\text{١٩}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٧}}$ إثبت أن $\frac{\text{س +٢ ص + ع}}{\text{١٣}} = \frac{\text{س – ع}}{\text{٦}}$

٣٧- إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{س + ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢س - ص}} = \frac{\text{جـ}}{\text{٥س – ٣}}$ إثبت أن $\frac{\text{أ + جـ}}{\text{٢أ – ب}} = \frac{\text{٦س}}{\text{٧ص}}$

٣٨- إذا كانت ص =٧ + ع وكانت ع تتغير عكسياً مع س وكانت ص= ٩ عندما س=٥

أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س=٢

٣٩- إذا كان وزن جسم على القمر (و) يتناسب طرديا مع وزنه على الارض (ر) فإذا كان الجسم يزن ٨٤ كجم على الارض ووزنه ١٤ كجم على القمر فكم وزنه على القمر إذا كان وزنه على الارض ١٤٤ كجم ؟

٤٠- أختر العلاقة التىتمثل تغير طرديا بين ص ، س هى :-

(١) س ص = ٥ (٢) ص = س +٣ (٣) $\frac{\text{س}}{\text{٣}} = \frac{\text{٤}}{\text{ص}}$ (٤) $\frac{\text{س}}{\text{٥}} = \frac{\text{ص}}{\text{٢}}$

الوحدة الثالثة

الاحصاء :

أكمـــــل ما يأتى :

(١) الجذر التربيعى لمتوسطات مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى ....

(٢) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

(٣) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٤ ، ٩ ، ٥ ، ١٣ هو ....

(٤) الدرجة الاكثر تكرارا لمجموعة من البيانات هى ....

(٥) القيمة التى تتوسط مجموعة من القيم عند ترتيها تصاعديا أو تنازليا هى ....

(٦) خارج قسمة مجموع القيم على عددها يساوى ....

(٧) .... هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات

(٨) كلما زاد الانحراف المعيارى كلما .... التشتت

(٩) من مقاييس التشتت .... , ...

(١٠) المدى هو أبسط وأسهل الطرق ....

(١١) إختيار عينه من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينه ....

(١٢) إختيار عينه من طبقات المجتمع تسمى بالعينه ....

(١٣) من أساليب جمع البيانات بطريقة الحصر الشامل ....

(تحليل مياه البحر ، تحليل المياه الجوفيه ، أنابيب الغاز ، طن القمح)

(١٤) يراد معرفة نوعية القمح قبل شرائه فان الاسلوب المناسب لجمع البيانات هو

.....

(١٥) يراد معرفة درجة ملوحة مياه بحر .....

(١٦) يراد معرفة صلاحية اسطوانات الغز قبل توزيعها ......

(١٧) اذا تم اخذ عينة طبقية قدرها ٥٠ ثلاجة لفحصها من بين ٣٠٠ ثلاجة من النوع (م) ، ٣٠٠ ثلاجة من النوع (ب) فان عدد مفردات النوع (ب) في العينة = ...

(١٨) المدى لمجموعة القيم ٨ ، ٥ ، ١٠ ، ٦ ، ١٤ هو ....

(١٩) ابسط واسهل مقياس للتشتت هو ......

أسئلة المقال :

١- التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال بعض الاسر فى أحدى المدن الجديدة :

عدد الاطفال	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الاسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

أوجد الانحراف المعيارى لعدد الاطفال

٢- فيما يلى توزيع تكرارى يبين أعمار ١٠ أطفال :

العمر	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
العدد	١	٢	٣	٣	١	١٠

أوجد الانحراف المعيارى لاعمار الاطفال

٣- من بيانات الجدول التالى :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-٥٥	المجموع
التكرار	٢	٥	٨	٣	٢	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى

٤- إذا كان ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦ تمثل درجات أحد التلاميذ فى شهر ديسمبر للمواد الدراسية أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى

٥- يراد سحب عينة عشوائية طبقية تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها من مجتمع مكون من ٤٠٠٠٠ مفردة ومقسم الى ثلاث طبقات بياناتها كالتالى :

رقم الطبقة	١	٢	٣
عدد مفردات الطبقة	١٢٠٠٠	٢٠٠٠٠	٨٠٠٠

فإذا كان عدد مفردات الطبقة الاولى فى العينة ٢٤٠ مفردة أوجد حجم العينة ٣

٦- أحسب المدى لكلا من القيم الاتية :

(أ) ٩ ، ٦ ، ٤ ، ١٠ ، ١٢ , ١٧ (ب) ٧٢ ، ٥٣ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٥٩

٧- أوجد الوسط الحسابى والإنحراف المعيارى للقيم : ٦ ، ٥ ، ٤ ، ١٧ ، ٩ , ١٢

٨- أوجد الوسط الحسابى والإنحراف المعيارى للقيم: ٥ , ٧ , ٨ , ٩ , ٦

٩- أوجد الإنحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	المجموع
التكرار	٦	٨	٤	٢	٢٠

١٠ الجدول الآتى يبين درجات ٤٠ تلميذا فى أحد الإختبارات لإحدى المواد
أوجد الإنحراف المعيارى لهذا التوزيع :

الدرجه	٠-	٤-	٨-	١٢-	١٦ -	المجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

١١- التوزيع التكرارى التالى يبين أوزان ٢٠٠ تلميذ فى أحدى المدارس

الوزن	٣٥-	٤٥-	٥٥-	٦٥-	٧٥- ٨٥	المجموع
عدد التلاميذ	٢٠	٥٥	٨٠	٣٠	١٥	٢٠٠

أحسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى

١٢- التوزيع التكرارى التالى يبين كمية البنزين التى تستهلكها مجموعة من السيارات

عدد الكم	٥-	٧-	٩-	١١-	١٣-١٥	١٥-١٧	المجموع
عدد السيارات	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

أحسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى

أولا : إختر الإجابة الصحيحة

(١) ر(س) = ٣ ، ر(س×ص) = ١٢ فإن ر(ص) =......

أ ٣ ب ٤ جـ ٩ د ١٥

(٢) (٥+ ب ، ب ـ٧) تقع على محور السينات فإن ب =......

أ ـ٥ ب ٥ جـ ٧ د ١٢

(٣) (٣^س ، $\sqrt{ص}$) = (١ ، ٤) فإن س + ص =......

أ ٢ ب ٣ جـ ١٦ د ١٧

(٤) النقطة (ـ٣ ، ٤) تقع فى الربع......

أ الأول ب الثانى جـ الثالث د الرابع

(٥) (ك^٢ ـ٤ ، ك) تقع على محور الصادات السالب فإن ك =.....

أ ±٢ ب ٢ جـ ٤ د صفر

(٦) (س^٥ ، ص+١) = (٣٢ ، $\sqrt[3]{٢٧}$) فإن (س ، ص) =......

أ (٢،٢) ب (٥،٣) جـ (٢،٣) د (٣٢،٢٧)

(٧) ر(س) = ر(س×ص) فإن ر(ص) =......

أ ١ ب ٢٤ جـ ٣ د ٤

(٨) أ >٠ ، ب<٠ فإن النقطة تقع فى الربع الثانى من النقطة التالية هى ......

أ (أ،ب) ب (ـأ،ب) جـ (أ،ـ ب) د (ـأ،ـ ب)

(٩) إذا كانت د(س) = ـ٧ فإن د(ـ٣) ـ د(٣) =......

أ ٧ ب ١٤ جـ ٦ د صفر

(١٠) النقطة (ك ، ٢) تنتمى للمستقيم ص =٣س ـ ٤ فإن ك=......

أ ٢ ب ٣ جـ ٤ د ٧

(١١) الدوال كثيرة الحدود من الدرجة الأولى ما عدا =......

أ ص = س(س ـ٣) ب ص = س+١

جـ ص = س + (س ـ ١) د د(س) = س ($\frac{١}{س}$ + ٥)

(١٢) الدالة د(س) = س^٢ (س ـ ١)^٢ من الدرجة ......

أ الأول ب الثانى جـ الثالث د الرابع

(١٣) إذا كانت: ٦ ، ٣ ، ٢ ، س متناسبة فإن س =......

أ ٤ ب ١ جـ ٢ د ٣

(١٤) الأول المتناسب ل ٢١ ، ١٥ ، ٣٥ =......

أ $\frac{٣}{٧}$ ب ٣ جـ ٧ د ٩

(١٥) الوسط التناسب بين ٥ ، ٤٥ =......

أ ±١٥ ب ١٥ جـ ± ٩ د ٢$\sqrt{١٠}$

(١٦) الثالث المتناسب ل ٥ ، ـ ١٠ =......

أ ـ٥ ب ٢٠ جـ ـ٢٠ د ـ٢

(١٧) إذا كانت: ب وسط متناسب بين أ ، جـ فإن ....

(أ) أ^{٢} = ب جـ (ب) ب^{٢} = أ جـ (جـ) جـ = أ^{٢} ب (د) أ جـ = ب

(١٨) إذا كانت: أ/ب = ب/جـ = جـ/٢ = ٣ فإن أ = ...

(أ) ٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٨ (د) ٥٤

(١٩) إذا كانت ٢أ = ٣ ب فإن أ/ب = ...

(أ) ٢/٣ (ب) ‎-١ (جـ) ٣/٢ (د) ٤/٩

(٢٠) إذا كانت ٧أ ـ ٥ب = أ فإن: أ/ب = ...

(أ) ٥/٦ (ب) ٦/٥ (جـ) ٥/٨ (د) ‎-٥/٧

(٢١) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س فإن ....

(أ) ص = س (ب) ص = م س (جـ) س = م ص (د) ص = م/س

(٢٢) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٢ عند س = ٨ فإن ص = ٤ عند س = ...

(أ) ١ (ب) ١٠ (جـ) ٤ (د) ١٦

(٢٣) إذا كانت ص س = ٥ فإن ص ∝ ......

(أ) ١/س (ب) س/٥ (جـ) ١/ص (د) س

(٢٤) إذا كانت ص = ٨ س فإن ....

(أ) ص ∝ ـ س (ب) س ∝ ٨ص (جـ) س ∝ ١/س (د) ص ∝ س

(٢٥) العلاقة التى تمثل تغير طردى بين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٥ (ب) ص = س + ٣ (جـ) ٢/س = ص (د) ٢/س = ص/٥

(٢٦) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٥ عند س = ١٥ فإن ص = ... عندما س = ٩

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ١/٣ (د) ١/٦

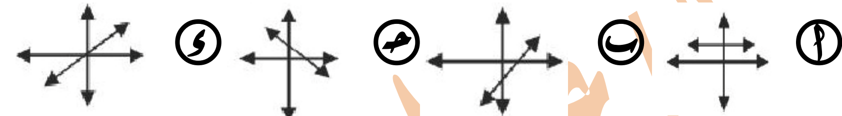
(٢٧) إذا كانت ص ∝ ١/س ، ص = ٢/√٣ عند س = √٣ فإن ثابت التغير = ...

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٢/٣ (د) ١/٢

(٢٨) إذا كانت س ص^{٥} = ثابت فإن س تتغير عكسياً مع ......

(أ) ١/ص^{٥} (ب) ص (جـ) $\sqrt[٥]{ص}$ (د) ص^{٥}

(٢٩) الشكل الذى يمثل تغير طردى بين س ، ص هو ......



(أ) (ب) (جـ) (د)

(٣٠) إذا كانت ٤س^{٢} + ص^{٢} = ٤ س ص فإن ....

(أ) ص ∝ س^{٢} (ب) ص ∝ س (جـ) ص ∝ س$^{-١}$ (د) ص ∝ س$^{-٢}$

(٣١) إذا كانت ص = ٤ س^{٢} + ٦ فإن ص ∝ ....

(أ) س^{٢} (ب) ٤س (جـ) س$^{-٢}$ (د) ٤س$^{-٦}$

(٣٢) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٢ عند س = ٨ فإن ص = ... عندما س = ١٢

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

(٣٣) الوسط الحسابى للقيم ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ......

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٢٥

(٣٤) المدى للقيم ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

(٣٥) القيمة الأكثر شيوعاً لمجموعة من القيم هى ....

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٦) من مقاييس التشتت هى............

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٧) أكثرمقاييس التشتت أنتشاراً وأدقها هو ....

(أ) المدى (ب) الانحراف المعيارى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٨) من المصادر الثانوية لجمع البيانات ....

(أ) المقابلة الشخصية (ب) الأستبيانات

(جـ) مواقع الإنترنت (د) الملاحظة والقياس

(٣٩) أختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينة.....

(أ) العشوائية (ب) الطبقية (جـ) العمدية (د) العنقودية

(٤٠) $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذة المفردات}}$ =............

(أ) المدى (ب) الانحراف المعيارى

(جـ) الوسط الحسابى (د) المنوال

أسئلة تراكمية

(١) أذا كانت(س ـ ص)^{٢}=٢٠، س^{٢} + ص^{٢}=١٠فإن س ص=...

(٢) ٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ...

(٣) نصف العدد (٢)^{٢٠} = ...

(٤) ربع العدد (٤)^{١٦} = ...

(٥) إذا كان س+ص= س ص=٥ فإن س^{٢}ص+ص^{٢}س=......

(٦) $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = ...

(٧) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = ...

(٨) ٤ × ١٥ ÷ ١٢ ـ ٥ = ...

(٩) النسبة بين طول ضلع المربع إلى محيطه = ...

(١٠) إذا كان س ، س +٤١ عددان أوليان فإن س = ...

(١١) [٢ ، ٧] ـ {٢ ، ٧} = ...

(١٢) (٩٩)^{٢} ـ ١ = ... [٩٨٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، (٩٨)^{٢}]

(١٣) (٢)^{٣} × (٢)^{٥} = ... [(٤)^{٨} ، (٢)^{١٥} ، (٢)^{٨}]

(١٤) إذا كان ٲ ب = ٣ ، ٲ ب^{٢} = ١٢ فإن ب = ... [٢، ٤، ٩]

(١٥)]٢،∞[مجموعة حل المتباينة...... [س>٢، س<٢، س⩽٢]

(١٦) ١ > س > ٣ فإن س ∋ ......]١،٣[، [١،٣] ،]١،٣]

(١٧) $\frac{١}{٣}$ س ـ $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ فإن س = ... [$\frac{٣}{٥}$، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

(١٨) ٢ س = ١ فإن $\frac{٢}{٥}$ س = ... [$\frac{٢}{٥}$، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

(١٩) أصغر عدد أولى فردى هو.......... [١، ٢ ، ٣]

ثانيا: الأسئلة المقالية

[١] (س – ٢ ، ٣) = (٥ ، ٢ص + ١) أوجد قيمة س ، ص

[٢] س={٣،٢} ، ص= {٣،٤،٥} أوجد س×ص، ن(ص^٢)

[٣] س×ص={(١،٢)، (١،٣)، (١،٥)}، أوجد ص، ص×س

[٤] س={١،٢،٣،٤}، ص= {٣،٢} ، ع = {٢،٧} أوجد
(س∩ص)×ع ، (س–ص)×ع

[٥] س×ص={(٣،٢) ، (١،٣) ، (٢،٥) ، (١،٥)}
أوجد: س ، ص ، س^٢

[٦] إذا كانت: س ={١،٢،٣} ، ص = {١٢،٤٧،٥٣} ،
ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ رقم من أرقام ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة أم لا؟

[٧] إذا كانت: س ={١،٢} ، ص = {٠،٢،٣} ،
ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ+ب= عددأولى
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة ولماذا؟

[٨] إذا كانت: س ={١،٣،٥} ، وكانت ع علاقة على س
حيث ع = {(أ،٣) ، (ب ،١) ، (١ ، ٥)}

[٩] إذا كانت: س ={١،٣،٤،٥} ، ص = {١،٢،٣،٤،٥،٦} ،
ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ+ب= عدد فردى اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة ولماذا؟

[١٠] إذا كانت: س ={١،٢،٣،٤} ، ص = {١،٣،٦،٩،١٢،١٦}
ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ = $\frac{١}{٣}$ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى وهل ع دالة أم لا إذا كانت دالة عين مداها

[١١] إذا كانت: س ={١،٢،٣} ، ص = {١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$} ،
ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى العدد أمعكوس ضربى للعدد ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة وإذا كانت دالة عين مداها ؟

[١٢] إذا كانت: س ={–٢ ، –١ ، ٠ ، ١ ، ٢} وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى العدد أمعكوس جمعى للعدد ب
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة ؟

[١٣] إذا كانت: د(س) = س^٢ – ٣س ، ر(س) = س – ٣
أوجد قيمة أولاً: د($\sqrt{٢}$) + ٣ر($\sqrt{٢}$)
ثانياً: أثبت أن د(٣) = ر(٣)=٠

[١٤] إذا كانت النقطة (٢،٥) تقع على خط الدالة د(س) = ك س + ٣ أوجد قيمة ك ثم أوجد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات

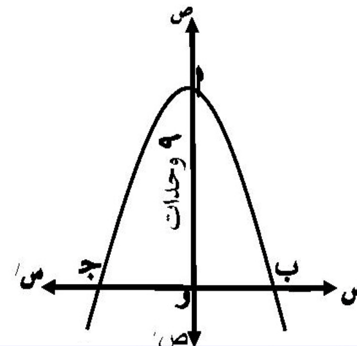
[١٥] إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٢س ـ ٣ك يقطع محور السينات فى النقطة (٦ ، م ـ ٢) فأوجد قيمتى م،ك

[١٦] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٣س + ١
نعوض عن قيم ل س فى د(س)

[١٧] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = س^{٢} ـ ٤س + ٣ متخذاً س ∈ [ـ١ ، ٥] ومن الرسم أوجد(١) معادلة محور التماثل
(٢) القيمة العظمى أو الصغرى (٣) رأس المنحنى

[١٨] إذا كانت د(س) = ٲس^{٢} + ب س + ٥ ، ٲ = ٠ ، ب عدد حقيقى فأوجد درجة الدالة د ،وإذا كانت د(٣) = ١١ أوجد ب

[١٩] الشكل المقابل بمثل الدالة د:
د(س) = م ـ س^{٢}، ٲو = ٩ وحدات
أوجد: (١) قيمة م ، ٲ ، حـ
(٢) مساحة المثلث ٲ ب حـ



[٢٠] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = س^{٢} ـ ٢ متخذاً س∈ [ـ٣ ، ٣]
ومن الرسم أوجد(١) معادلة محور التماثل (٢) رأس المنحنى

[٢١] إذا كانت ٲ ،ب، حـ، ى كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{٣ٲ - ٢حـ}{٥ٲ + ٣حـ} = \frac{٣ب - ٢ى}{٥ب + ٣ى}$$

[٢٢] إذا كانت ٲ ،ب، حـ، ى كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{ٲ^{٢} + حـ^{٢}}{ب^{٢} + ى^{٢}} = \frac{ٲحـ}{بى}$$

[٢٣] إذا كانت ٲ ،ب، حـ، ى كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{ٲ^{٢} - ٢ٲحـ + حـ^{٢}}{ٲحـ} = \frac{ب^{٢} - ٢بى + ى^{٢}}{بى}$$

[٢٤] إذا كانت ٲ ، ب ، حـ كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{ٲ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢} + حـ^{٢}}{حـ^{٢}}$$

[٢٥] إذا كانت ٲ ، ب ، حـ ، ى فى متناسب متسلسل أثبت أن

$$\frac{ٲ^{٢} - ٣حـ^{٢}}{ب^{٢} - ٣ى^{٢}} = \frac{ب}{ى}$$

[٢٦] إذا كانت $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت $\frac{٥س - ٢ع}{٤س - ٣ص + ٢} = \frac{١}{٢}$

[٢٧] إذا كانت $\frac{٢أ + ب}{س} = \frac{٢ب - جـ}{ص} = \frac{٢جـ - أ}{ع}$ أثبت أن

$$\frac{٤أ + ٤ب - جـ}{٢س + ص} = \frac{٣أ + ٦ب}{٢س + ٢ص + ع}$$

[٢٨] عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين

[٢٩] أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الاعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فأنها تكون متناسبة

[٣٠] إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ١٥ عندما س = ٥
أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة س عندما ص = ٩٠

[٣١] إذا كانت $ص^٢ \propto س^٣$ وكانت ص = ٦ عندما س = ٢
أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة ص عندما س = ٤

[٣٢] إذا كانت ص = ع + ٥ ، وكانت ع $\propto \frac{١}{س}$ ، ص = ٦ عندما س = ٢ أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة ص عندما س = ١

[٣٣] إذا كانت $س^٢ ص^٢ - ٦س ص + ٩ = ٠$ أثبت أن ص $\propto \frac{١}{س}$

[٣٤] إذا كانت $٤ل^٢ + ٩ن^٢ = ١٢ ل ن$ أثبت أن ل تتغيرطردياً مع ن

[٣٥] إذا كانت $\frac{٢٨س - ٣ص}{١٤س - ع} = \frac{٣ص}{ع}$
فأثبت أن: ص $\propto$ ع ثم أوجد قيمة ص عندما ع = ٦

[٣٦] أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١

[٣٧] الجدول يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٢٠ تلميذ فى أحد الاختبارات

الدرجة	٤	٥	٧	٩	١٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٦	٥	٢	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى لدرجات التلاميذ

[٣٨] الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠صندوق فى الوحدات المصنعة

الدرجة	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
التكرار	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠

أوجد الانحراف المعيارى لعدد الوحدات التالفة

أولا : إختر الإجابة الصحيحة

(١) ن(س) = ٣ ، ن(س×ص) = ١٢ فإن ن(ص) = ٤

ⓐ ٣ ⓑ ٤ ⓒ ٩ ⓓ ١٥

(٢) (٥+ب ، ب ـ٧) تقع على محور السينات فإن ب = ٧

ⓐ ـ٥ ⓑ ٥ ⓒ ٧ ⓓ ١٢

(٣) ($٣^س$ ، $\sqrt{ص}$) = (١ ، ٤) فإن س + ص = ٠+١٦ = ١٦

ⓐ ٢ ⓑ ٣ ⓒ ١٦ ⓓ ١٧

(٤) النقطة (ـ٣ ، ٤) تقع فى الربع الثانى

ⓐ الأول ⓑ الثانى ⓒ الثالث ⓓ الرابع

(٥) ($ك^٢$ ـ٤ ، ك) تقع على محور الصادات السالب فإن ك =±٢

ⓐ ±٢ ⓑ ٢ ⓒ ٤ ⓓ صفر

(٦) ($س^٥$ ، ص+١) = (٣٢ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$) فإن (س ، ص) =(٢،٢)

ⓐ (٢،٢) ⓑ (٥،٣) ⓒ (٢،٣) ⓓ (٣٢،٢٧)

(٧) ن(س) = ن(س×ص) فإن ن(ص) = ١

ⓐ ١ ⓑ ٢٤ ⓒ ٣ ⓓ ٤

(٨) أ>٠ ، ب<٠ فإن النقطة تقع فى الربع الثانى من النقطة التالية هى (ـأ،ب)

ⓐ (أ،ب) ⓑ (ـأ،ب) ⓒ (أ،ـب) ⓓ (ـأ،ـب)

(٩) إذا كانت د(س) = ـ٧ فإن د(ـ٣) ـ د(٣) = ـ٧ ـ(ـ٧) =٠

ⓐ ٧ ⓑ ١٤ ⓒ ٦ ⓓ صفر

(١٠) النقطة (ك ، ٢) تنتمى للمستقيم ص =٣س ـ ٤ فإن ك = ٢

ⓐ ٢ ⓑ ٣ ⓒ ٤ ⓓ ٧

(١١) الدوال كثيرة الحدود من الدرجة الأولى ما عدا ⓐ الأولى

ⓐ ص = س(س ـ٣) ⓑ ص = س+١

ⓒ ص = س + (س ـ ١) ⓓ د(س) = س ($\frac{١}{س}$ + ٥)

(١٢) الدالة د(س) = $س^٢$(س ـ ١)^٢ من الدرجة الرابعة

ⓐ الأول ⓑ الثانى ⓒ الثالث ⓓ الرابع

(١٣) إذا كانت: ٦ ، ٣ ، ٢ ، س متناسبة فإن س =١

ⓐ ٤ ⓑ ١ ⓒ ٢ ⓓ ٣

(١٤) الأول المتناسب ل ٢١ ، ١٥ ، ٣٥ هو ٩

ⓐ $\frac{٣}{٧}$ ⓑ ٣ ⓒ ٧ ⓓ ٩

(١٥) الوسط التناسب بين ٥ ، ٤٥ هو ±١٥

ⓐ ±١٥ ⓑ ١٥ ⓒ ±٩ ⓓ $\sqrt{١٠}$٢

(١٦) الثالث المتناسب ل ٥ ، ـ ١٠ هو ٢٠

ⓐ ـ٥ ⓑ ٢٠ ⓒ ـ٢٠ ⓓ ـ٢

(١٧) إذا كانت: ب وسط متناسب بين أ ، جـ فإن $ب^{2} = أ جـ$

(أ) $أ^{2} = ب جـ$ (ب) $ب^{2} = أ جـ$ (جـ) $جـ = أ^{2} ب$ (د) أ جـ = ب

(١٨) إذا كانت: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{٢} = ٣$ فإن أ = ٥٤

(أ) ٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٨ (د) ٥٤

(١٩) إذا كانت ٢أ = ٣ ب فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٢}$

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) -١ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{٤}{٩}$

(٢٠) إذا كانت ٧أ ـ ٥ب = أ فإن: $\frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٦}$

(أ) $\frac{٥}{٦}$ (ب) $\frac{٦}{٥}$ (جـ) $\frac{٥}{٨}$ (د) $\frac{-٥}{٧}$

(٢١) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س فإن ص = $\frac{م}{س}$

(أ) ص = س (ب) ص = م س (جـ) س = م ص (د) ص = $\frac{م}{س}$

(٢٢) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٢ عند س = ٨ فإن ص = ٤ عند س = ١

(أ) ١ (ب) ١٠ (جـ) ٤ (د) ١٦

(٢٣) إذا كانت ص س = ٥ فإن ص ∝ $\frac{١}{س}$

(أ) $\frac{١}{س}$ (ب) $\frac{س}{٥}$ (جـ) $\frac{١}{ص}$ (د) س

(٢٤) إذا كانت ص = ٨ س فإن ص ∝ س

(أ) ص ∝ ـ س (ب) س ∝ ٨ص (جـ) س ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ س

(٢٥) العلاقة التى تمثل تغير طردى بين س ، ص هى العلاقة (ب)

(أ) س ص = ٥ (ب) ص = س + ٣ (جـ) $\frac{٢}{س}$ = ص (د) $\frac{٢}{س} = \frac{ص}{٥}$

(٢٦) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٥ عند س = ١٥ فإن ص = ٣ عندما س = ٩

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٦}$

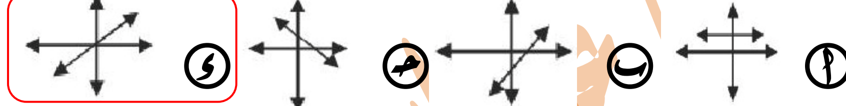
(٢٧) إذا كانت ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، ص = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ عند س = $\sqrt{٣}$ فإن ثابت التغير = ٢

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

(٢٨) إذا كانت $س ص^{٥}$ = ثابت فإن س تتغير عكسياً مع $ص^{٥}$

(أ) $\frac{١}{ص^{٥}}$ (ب) ص (جـ) $\sqrt[٥]{ص}$ (د) $ص^{٥}$

(٢٩) الشكل الذى يمثل تغير طردى بين س ، ص هو الشكل (د)



(أ) (ب) (جـ) (د)

(٣٠) إذا كانت $٤س^{2} + ص^{2} = ٤ س ص$ فإن ص ∝ س

(أ) ص ∝ $س^{2}$ (ب) ص ∝ س (جـ) ص ∝ $س^{-١}$ (د) ص ∝ $س^{-٢}$

(٣١) إذا كانت ص = $٤ س^{2} + ٦$ فإن ص ∝ $س^{2}$

(أ) $س^{2}$ (ب) ٤س (جـ) $س^{-٢}$ (د) $٤س^{-٦}$

(٣٢) إذا كانت ص ∝ س ، ص = ٢ عند س = ٨ فإن ص = ٣ عندما س = ١٢

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

(٣٣) الوسط الحسابى للقيم ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ٥

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٢٥

(٣٤) المدى للقيم ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو ٩ ـ ٣ = ٦

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

(٣٥) القيمة الأكثر شيوعاً لمجموعة من القيم هى المنوال

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٦) من مقاييس التشتت هى المدى

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٧) أكثرمقاييس التشتت أنتشاراً وأدقها هو الانحراف المعيارى

(أ) المدى (ب) الانحراف المعيارى (جـ) الوسيط (د) المنوال

(٣٨) من المصادر الثانوية لجمع البيانات مواقع الإنترنت

(أ) المقابلة الشخصية (ب) الأستبيانات

(جـ) مواقع الإنترنت (د) الملاحظة والقياس

(٣٩) أختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينة (ب)

(أ) العشوائية (ب) الطبقية (جـ) العمدية (د) العنقودية

(٤٠) $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذة المفردات}}$ = الوسط الحسابى

(أ) المدى (ب) الانحراف المعيارى

(جـ) الوسط الحسابى (د) المنوال

أسئلة تراكمية

(١) أذا كانت $(س - ص)^٢ = ٢٠$ ، $س^٢ + ص^٢ = ١٠$ فإن س ص =... [-٥]

(٢) $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س}$ = ... [$٣^{س + ١}$]

(٣) نصف العدد $(٢)^{٢٠}$ = ... [$(٢)^{١٩}$]

(٤) ربع العدد $(٤)^{١٦}$ = ... [$(٤)^{١٥}$]

(٥) إذا كان س + ص = س ص = ٥ فإن $س^٢ص + ص^٢س$ = [٢٥]

(٦) $\sqrt{٢٥ - ٩}$ = ... [٤]

(٧) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = ... [-٣]

(٨) ٤ × ١٥ ÷ ١٢ - ٥ = ... [صفر]

(٩) النسبة بين طول ضلع المربع إلى محيطه = ... [١ : ٤]

(١٠) إذا كان س ، س + ٤١ عددان أوليان فإن س = ... [٢]

(١١) [٢ ، ٧] - {٢ ، ٧} = ...]٢ ، ٧[

(١٢) $(٩٩)^٢ - ١$ = ... [$(٩٨)^٢$، ١٠٠٠٠٠ ، ٩٨٠٠]

(١٣) $(٢)^٣ × (٢)^٥$ = ... [$(٢)^٨$ ، $(٢)^{١٥}$ ، $(٤)^٨$]

(١٤) إذا كان أ ب = ٣ ، $أ ب^٢$ = ١٢ فإن ب = ... [٢ ، ٤ ، ٩]

(١٥) [٢، ∞[مجموعة حل المتباينة ..... [س > ٢ ، س < ٢ ، س ≥ ٢]

(١٦) ١ > س > ٣ فإن س ∋ ......]١، ٣[، [١، ٣] ،]١، ٣]

(١٧) $\frac{١}{٣}$ س - $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ فإن س = ... [$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

(١٨) ٢س = ١ فإن $\frac{٢}{٥}$ س = ... [$\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

(١٩) أصغر عدد أولى فردى هو.......... [١ ، ٢ ، ٣]

ثانيا: الأسئلة المقالية

[١] (س ـ ٢ ، ٣) = (٥ ، ٢ص + ١) أوجد قيمة س ، ص

س ـ ٢ = ٥ ، ٢ص + ١ = ٣

س = ٥ + ٢ = ٧ ، ٢ص = ٣ ـ ١ = ٢ ⇐ ص = ١

[٢] س = {٣، ٢} ، ص = {٣، ٤، ٥} أوجد س × ص ، ن(ص^٢)

س × ص = {(٣،٣) ، (٣،٢) ، (٤،٣) ، (٤،٢) ، (٥،٣) ، (٥،٢)} ،،، ن(ص^٢) = ٣ × ٣ = ٩

[٣] س × ص = {(١،٢) ، (١،٣) ، (١،٥)} ، أوجد ص ، س ، ص × س

ص = {٢، ٣، ٥} ، س = {١} ، ن(ص^٢) = ٣ × ٣ = ٩

ص × س = {(٢،١) ، (٣،١) ، (٥،١)}

[٤] س = {١، ٢، ٣، ٤} ، ص = {٣، ٢} ، ع = {٢، ٧} أوجد

(س ∩ ص) × ع ، (س ـ ص) × ع

(س ∩ ص) × ع = {٢، ٣} × {٢، ٧}

= {(٢،٢) ، (٢،٧) ، (٣،٢) ، (٣،٧)}

(س ـ ص) × ع = {١، ٤} × {٢، ٧}

= {(١،٢) ، (١،٧) ، (٤،٢) ، (٤،٧)}

[٥] س × ص = {(٣،٢) ، (٣،١) ، (٥،٢) ، (٥،١)}

أوجد: س ، ص ، س^٢

س = {١، ٢} ، ص = {٣، ٥} ، ن(ص^٢) = ٣ × ٣ = ٩

س^٢ = {(١،١) ، (١،٢) ، (٢،٢)، (٢،١)}

[٦] إذا كانت: س = {١، ٢، ٣} ، ص = {١٢، ٤٧، ٥٣} ،

ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ رقم من أرقام ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة أم لا؟

ع = {(١،١٢) ، (٢،١٢) ، (٣،٥٣)}

العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س له صورة وحيدة

س	ص
١	١٢
٢	٤٧
٣	٥٣

[٧] إذا كانت: س = {١، ٢} ، ص = {٠، ٢، ٣} ،

ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ + ب = عدد أولى اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة ولماذا؟

ع = {(١،٢) ، (٢،٣) ، (٢،٠)}

العلاقة ليست دالة لأن العنصر {٢} المجموعة س له أكثر من صورة

س	ص
١	٠
٢	٢
	٣

[٨] إذا كانت: س = {١، ٣، ٥} ، وكانت ع علاقة على س حيث ع = {(أ،٣) ، (ب ،١) ، (١ ، ٥)}

تمثل دالة مداها {١ ، ٣ ، ٥}

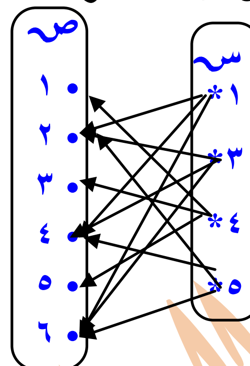
أ + ب = ٣ + ٥ = ٨ ∴ $\sqrt[3]{أ + ب} = \sqrt[3]{8} = 2$

[٩] إذا كانت: س = {١، ٣، ٤، ٥} ، ص = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ،

ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ + ب = عدد

فردى اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة ولماذا؟

ع = {(١،٢) ، (١،٤) ، (١،٦) ، (٣،٢)، (٣،٤)، (٣،٦)، (٤،١)، (٤،٥)، (٥،٢)، (٥،٤)، (٥،٦) }



العلاقة ليست دالة لأن العنصر {١}

المجموعة س له أكثر من صورة

[١٠] إذا كانت: س ={١،٢،٣،٤} ، ص = {١،٣،٦،٩،١٢،١٦}

ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أ = $\frac{1}{3}$ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى وهل ع دالة أم لا إذا كانت دالة عين مداها

ع = {(١،٣) ، (٢،٦) ، (٣،٩) ، (٤،١٢)}

العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س له صورة وحيدة

المدى هو {٣،٦،٩،١٢}

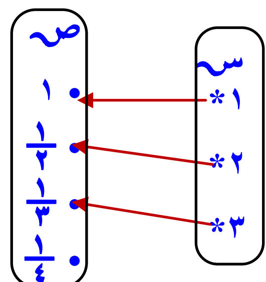
المسقط الثانى

١٦				
١٢				(٤،١٢)
٩			(٣،٩)	
٦		(٢،٦)		
٣	(١،٣)			
	١	٢	٣	٤

المسقط الأول

[١١] إذا كانت: س ={١،٢،٣} ، ص = {١ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ } ، ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى العدد أ معكوس ضربى للعدد ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة وإذا كانت دالة عين مداها ؟

ع = {(١،١) ، (٢ ، $\frac{1}{2}$) ، (٣، $\frac{1}{3}$) }



العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س له صورة وحيدة

المدى هو {٣،٦،٩،١٢}

[١٢] إذا كانت: س ={ـ٢ ، ـ١ ، ٠ ، ١ ، ٢} وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى العدد أ معكوس جمعي للعدد ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وهل ع دالة ؟

ع = {(ـ٢ ، ٢) ، (ـ١ ، ١) ، (٠ ،٠) ، (١ ، ـ١) ، (٢ ، ـ٢) }

العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س له صورة وحيدة

[١٣] إذا كانت: د(س) = س^{٢} ـ ٣س ، ر(س) = س ـ٣

أوجد قيمة أولاً: د($\sqrt{٢}$) + ٣ر($\sqrt{٢}$)

ثانياً: أثبت أن د(٣) = ر(٣)=٠

أولاً: د($\sqrt{٢}$) + ٣ر($\sqrt{٢}$)

= ($\sqrt{٢}$)^{٢} ـ٣($\sqrt{٢}$) + ٣($\sqrt{٢}$) ـ٣ = ٢ ـ٣ = ـ١

ثانياً: د(٣) = (٣)^{٢} ـ ٣×٣ = ٩ ـ ٩ = ٠

ر(٣) = ٣ ـ ٣ = ٠

[١٤] إذا كانت النقطة (٢،٥) تقع على خط الدالة د(س) = ك س + ٣ أوجد قيمة ك ثم أوجد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات

النقطة (٢،٥) تحقق المعادلة ⟸ ٥ = ٢ ك + ٣ ∴ ك = ١

تقاطع المستقيم مع محور الصادات عندما س = صفر

د(س) = س + ٣ = صفر ∴ ص = ٠ + ٣ = ٣ النقطة (٠ ، ٣)

[١٥] إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٢ س ـ ٣ ك يقطع محور السينات فى النقطة (٦ ، م ـ ٢) فأوجد قيمتى م، ك

المستقيم يقطع محور السينات عندما ص = صفر

⟸ م ـ ٢ = ٠ ∴ م = ٢

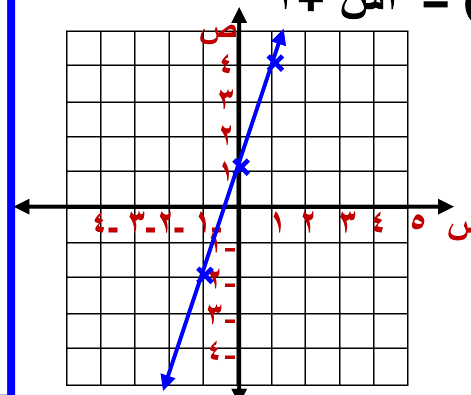
النقطة (٦ ، ٠) تحقق المعادلة د(س) = ٢س + ٣ك = صفر

∴ ص = ٢×٦ + ٣ ك = ٠ ∴ ك = ـ ٤

[١٦] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٣س + ١

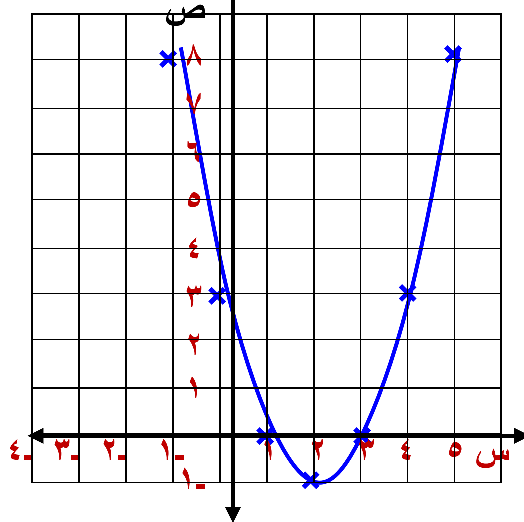
نعوض عن قيم ل س فى د(س)

س	د(س)=٣س+١	ص
٠	د(س)= ٣×٠+١	١
١	د(س) = ٣×١+١	٤
ـ١	د(س)= ٣×ـ١+١	ـ٢



[١٧] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = $س^{٢}$ ـ ٤س + ٣ متخذاً س ∈ [ـ١ ، ٥] ومن الرسم أوجد (١) معادلة محور التماثل (٢) القيمة العظمى أو الصغرى (٣) رأس المنحنى

س	د(س) = $س^{٢}$ ـ ٤س + ٣	ص
ـ١	$(ـ١)^{٢}$ ـ ٤ × ـ١ + ٣	٨
٠	$(٠)^{٢}$ ـ ٤×٠+٣	٣
١	$(١)^{٢}$ ـ ٤×١+٣	٠
٢	$(٢)^{٢}$ ـ ٤×٢+٣	ـ١
٣	$(٣)^{٢}$ ـ ٤× ٣ +٣	٠
٤	$(٤)^{٢}$ ـ ٤× ٤ +٣	٣
٥	$(٥)^{٢}$ ـ ٤× ٥ +٣	٨



معادلة محور التماثل س=٢

القيمة العظمى=٨ ، الصغرى= ـ١

رأس المنحنى (٢، ـ ١)

الدالة تناقصية فى الفترة]ـ١، ٢[، تزايدية فى الفترة]٢، ٥[

[١٨] إذا كانت د(س) = أ$س^{٢}$ + ب س + ٥ ، أ=٠ ، ب عدد حقيقى فأوجد درجة الدالة د ،وإذا كانت د(٣) = ١١ أوجد ب

د(س) = ب س + ٥ حيث أ=٠ الدالة من الدرجة الأولى

د(٣) = ٣× ب + ٥ = ١١

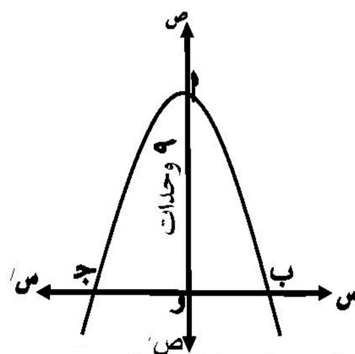
⟸ ٣ب = ٦ ∴ ب = ٢

[١٩] الشكل المقابل بمثل الدالة د:

د(س) = م ـ س^{٢}، أو = ٩ وحدات

أوجد: (١) قيمة م ، أ ، حـ

(٢) مساحة المثلث أ ب حـ



أو = ٩ رأس المنحنى (٠، ٩)

∴ م = ٩ ⟸ د(س) = ٩ ـ س^{٢}

نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات عندما

∴ د(س) = ٩ ـ س^{٢} = ٠ ∴ س = ٣ ، س = ـ٣

∆ أ ب حـ قاعدته ب حـ = ٦ وحدات وأرتفاعه أ و = ٩

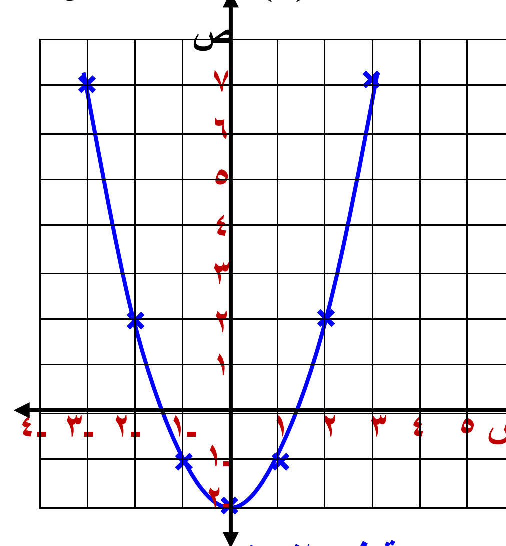
مساحة ∆ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٩ = ٢٧ وحدة مربعة

---

[٢٠] مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = س^{٢} ـ ٢ متخذاً س ∋]ـ٣ ، ٣[

ومن الرسم أوجد (١) معادلة محور التماثل (٢) رأس المنحنى

س	د(س) = س^{٢} ـ ٢	ص
ـ٣	(ـ٣)^{٢} ـ ٢	٧
ـ٢	(ـ٢)^{٢} ـ ٢	٢
ـ١	(ـ١)^{٢} ـ ٢	ـ١
٠	(٠)^{٢} ـ ٢	ـ٢
١	(١)^{٢} ـ ٢	ـ١
٢	(٢)^{٢} ـ ٢	٢
٣	(٣)^{٢} ـ ٢	٧



معادلة محور التماثل س = صفر

القيمة العظمى = ٧ ، الصغرى = ـ٢

رأس المنحنى (٠، ـ ٢)

الدالة تناقصية فى الفترة]ـ٣، ٠[، تزايدية فى الفترة]٠ ، ٣[

---

[٢١] إذا كانت أ ، ب، حـ، ء كميات متناسبة أثبت أن

$\frac{\text{٣أ ـ ٢حـ}}{\text{٥أ + ٣حـ}} = \frac{\text{٣ب ـ ٢ء}}{\text{٥ب + ٣ء}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ = ك فإن أ = ب ك ، حـ = ء ك

الطرف الأيمن = $\frac{\text{٣ب ك ـ ٢ء ك}}{\text{٥ب ك + ٣ء ك}} = \frac{\text{ك (٣ب ـ ٢ء)}}{\text{ك (٥ب + ٣ء)}}$ =

الطرف الأيسر = الطرف الأيمن

---

[٢٢] إذا كانت أ ، ب، حـ، ء كميات متناسبة أثبت أن

$\frac{\text{أ}^{٢} + \text{حـ}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{ء}^{٢}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ب ء}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ = ك فإن أ = ب ك ، حـ = ء ك

الطرف الأيمن = $\frac{(\text{ب ك})^{٢} + (\text{ء ك})^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{ء}^{٢}} = \frac{\text{ك}^{٢}(\text{ب}^{٢} + \text{ء}^{٢})}{\text{ب}^{٢} + \text{ء}^{٢}}$ = ك^{٢}

الطرف الأيسر = $\frac{\text{ب ك ء ك}}{\text{ب ء}}$ = ك^{٢} ∴ الطرفان متساويان

---

[٢٣] إذا كانت أ ، ب، حـ، ء كميات متناسبة أثبت أن

$\frac{\text{أ}^{٢} - \text{٢أ حـ} + \text{حـ}^{٢}}{\text{أ حـ}} = \frac{\text{ب}^{٢} - \text{٢ب ء} + \text{ء}^{٢}}{\text{ب ء}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ = ك فإن أ = ب ك ، حـ = ء ك

الطرف الأيمن = $\frac{(\text{أ} - \text{حـ})^{٢}}{\text{ب ك ء ك}} = \frac{\text{ك}^{٢}(\text{ب} - \text{ء})^{٢}}{\text{ك}^{٢}\ \text{ب ء}} = \frac{(\text{ب} - \text{ء})^{٢}}{\text{ب ء}}$

الطرف الأيسر = $\frac{(\text{ب} - \text{ء})^{٢}}{\text{ب ء}}$ ∴ الطرفان متساويان

[٢٤] إذا كانت أ ، ب ، ح كميات متناسبة أثبت أن

$$\frac{\text{أ}^2+\text{ب}^2}{\text{ب}^2} = \frac{\text{ب}^2+\text{ح}^2}{\text{ح}^2}$$

التناسب متسلسل $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \text{م}$ فإن ب = حم ، أ = حم^2

الطرف الأيمن $= \frac{\text{ح}^2\text{م}^4+\text{ح}^2\text{م}^2}{\text{ح}^2\text{م}^2} = \frac{\text{ح}^2\text{م}^2(\text{م}^2+1)}{\text{ح}^2\text{م}^2} = \text{م}^2+1$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{ح}^2\text{م}^2+\text{ح}^2}{\text{ح}^2} = \frac{\text{ح}^2(\text{م}^2+1)}{\text{ح}^2} = \text{م}^2+1$

∴ الطرفان متساويان

[٢٥] إذا كانت أ ، ب ، ح ، ء فى متناسب متسلسل أثبت أن

$$\frac{\text{أ}^2-3\text{ح}^2}{\text{ب}^2-3\text{ء}^2} = \frac{\text{ب}}{\text{ء}}$$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ح}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}} = \text{م}$ فإن ح = ءم ، ب = ءم^2 ، أ = ءم^3

الطرف الأيمن $= \frac{\text{ء}^2\text{م}^6-3\text{ء}^2\text{م}^2}{\text{ء}^2\text{م}^4-3\text{ء}^2} = \frac{\text{ء}^2\text{م}^2(\text{م}^4-3)}{\text{ء}^2(\text{م}^4-3)} = \text{م}^2$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{ءم}^2}{\text{ء}} = \text{م}^2$ ∴ الطرفان متساويان

[٢٦] إذا كانت $\frac{\text{س}}{3} = \frac{\text{ص}}{4} = \frac{\text{ع}}{5}$ فأثبت $\frac{5\text{س}-2\text{ع}}{4\text{س}-3\text{ص}+2\text{ع}} = \frac{1}{2}$

$\frac{\text{س}}{3} = \frac{\text{ص}}{4} = \frac{\text{ع}}{5} = \text{م}$ فإن س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

$$\frac{5\times3\text{م}-2\times5\text{م}}{4\times3\text{م}-3\times4\text{م}+2\times5\text{م}} = \frac{15\text{م}-10\text{م}}{12\text{م}-12\text{م}+10\text{م}} = \frac{5\text{م}}{10\text{م}} = \frac{1}{2}$$

[٢٧] إذا كانت $\frac{2\text{أ}+\text{ب}}{\text{س}} = \frac{2\text{ب}-\text{ح}}{\text{ص}} = \frac{2\text{ح}-\text{أ}}{\text{ع}}$ أثبت أن

$$\frac{4\text{أ}+4\text{ب}-\text{ح}}{2\text{س}+\text{ص}} = \frac{3\text{أ}+6\text{ب}}{2\text{س}+2\text{ص}+\text{ع}}$$

نضرب النسبة الأولى ×٢ ونجمع النسبة الثانية

$\frac{4\text{أ}+2\text{ب}+2\text{ب}-\text{ح}}{2\text{س}+\text{ص}} = \frac{4\text{أ}+4\text{ب}-\text{ح}}{2\text{س}+\text{ص}} =$ أحدى النسب

٢× نضرب النسبة الأولى+٢النسبة الثانية + النسبة الثالثة

$\frac{4\text{أ}+2\text{ب}+4\text{ب}-2\text{ح}+2\text{ح}-\text{أ}}{2\text{س}+2\text{ص}+\text{ع}} = \frac{3\text{أ}+6\text{ب}}{2\text{س}+2\text{ص}+\text{ع}} =$ أحدى النسب

∴ الطرفان متساويان

[٢٨] عددان صحيحيان النسبة بينهما ٣:٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١:٣ أوجد العددين

بفرض العددين هما ٣س ، ٧س

فإن $\frac{3\text{س}-5}{7\text{س}-5} = \frac{1}{3}$

⟸ ٩س - ١٥ = ٧س - ٥ ⟸ ٢س = ١٠

∴ س = ٥ ⟸ العددان هما ١٥ ، ٣٥

[٢٩] أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الاعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فأنها تكون متناسبة

نفرض العدد هو س فإن $\frac{3+\text{س}}{5+\text{س}} = \frac{8+\text{س}}{12+\text{س}}$

⟸ ٣٦ + ١٥س + س^2 = ٤٠ + ١٣س + س^2

⟸ ٢س = ٤ ∴ العدد س = ٢

[٣٠] إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ١٥ عندما س = ٥

أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة س عندما ص = ٩٠

∵ ص $\propto$ س ⟸ ص = م س : م ثابت

بالتعويض ⟸ ١٥ = م × ٥ ∴ م = ٣

العلاقة هى ص = ٣ س

عندما ص = ٩٠ ⟸ ٩٠ = ٣س ∴ س = ٣٠

[٣١] إذا كانت ص^{٢} $\propto$ س^{٣} وكانت ص = ٦ عندما س = ٢

أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة ص عندما س = ٤

∵ ص^{٢} $\propto$ س^{٣} ⟸ ص^{٢} = م س^{٣} : م ثابت

بالتعويض ⟸ (٦)^{٢} = م × (٢)^{٣} ⟸ ٣٦ = ٨م ∴ م = $\frac{٩}{٢}$

العلاقة هى ص^{٢} = $\frac{٩}{٢}$ س^{٣}

عندما س = ٤ ⟸ ص^{٢} = $\frac{٩}{٢}$ × ٦٤ ∴ ص = ١٢ $\sqrt{٢}$

[٣٢] إذا كانت ص = ع + ٥ ، وكانت ع $\propto$ $\frac{١}{س}$ ، ص = ٦ عندما س = ٢ أوجد العلاقة بين س ، ص وقيمة ص عندما س = ١

∵ ع $\propto$ $\frac{١}{س}$ ⟸ ع = $\frac{م}{س}$ ∴ ص = $\frac{م}{س}$ + ٥

بالتعويض ⟸ ٦ = $\frac{م}{٢}$ + ٥ ⟸ ١ = $\frac{م}{٢}$ ∴ م = ٢

العلاقة هى ص = $\frac{٢}{س}$ + ٥

عندما س = ١ ⟸ ص = $\frac{٢}{١}$ + ٥ ∴ ص = ٧

[٣٣] إذا كانت س^{٢} ص^{٢} ـ ٦س ص + ٩ = ٠ أثبت أن ص $\propto$ $\frac{١}{س}$

س^{٢} ص^{٢} ـ ٦س ص + ٩ = (س ص ـ ٣)^{٢} = ٠

⟸ س ص = ٣ ⟸ س ص = ثابت ∴ ص $\propto$ $\frac{١}{س}$

[٣٤] إذا كانت ٤ل^{٢} + ٩ن^{٢} = ١٢ ل ن أثبت أن ل تتغير طردياً مع ن

٤ ل^{٢} ـ ١٢ ل ن + ٩ن^{٢} = (٢ل ـ ٣ن)^{٢} = ٠

⟸ ٢ل = ٣ن ⟸ ل = $\frac{٣}{٢}$ ن = ثابت × ن ∴ ل $\propto$ ن

[٣٥] إذا كانت $\frac{٢٨ س ـ ٣ص}{١٤ س ـ ع} = \frac{٣ص}{ع}$

فأثبت أن: ص $\propto$ ع ثم أوجد قيمة ص عندما ع = ٦

٢٨ س ع ـ ~~٣ص ع~~ = ١٤ س ص ـ ~~٣ص ع~~

٢٨ س ع ـ ١٤ س ص = ١٤ س(٢ ع ـ ص) = ٠

⟸ ١٤ س = ٠ أ (٢ ع ـ ص) = ٠

⟸ س = ٠ أ، ص = ٢ ع ⟸ ص $\propto$ ع

عندما ع = ٦ ∴ ص = ٢ × ٦ = ١٢

[٣٦] أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ١

١ـ الوسط الحسابى $\bar{\text{س}} = \frac{\text{٥ + ٧ + ١٠ + ١٣ + ١٧}}{\text{٥}} = \frac{\text{٥٢}}{\text{٥}} = \text{١٠,٤}$

س	$\bar{\text{س}}$	س - $\bar{\text{س}}$	$(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}$
٥	١٠,٤	٥,٤ -	٢٩,١٦
٧	١٠,٤	٣,٤-	١١,٥٦
١٠	١٠,٤	٠,٤-	٠,١٦
١٣	١٠,٤	٢,٦	٦,٧٦
١٧	١٠,٤	٦,٦	٤٣,٥٦
المجمـــــوع			٩١,٢

٢ ـ الانحراف المعيارى $= \sqrt{\frac{\text{مجـ}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{\text{٩١,٢}}{\text{٥}}} = \sqrt{\text{١٨,٢٤}} = \text{٤,٣}$

[٣٧] الجدول يبين التوزيع التكرارى لدرجات ٢٠ تلميذ فى أحد الاختبارات

الدرجة	٤	٥	٧	٩	١٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٦	٥	٢	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى لدرجات التلاميذ

س	ك	س×ك	س - $\bar{\text{س}}$	$(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}$	$(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}$ ك
٤	٣	١٢	٢,٩٥-	٨,٧٠٢٥	٢٦,١٠٧٥
٥	٤	٢٠	١,٩٥-	٣,٨٠٢٥	١٥,٢١
٧	٦	٤٢	٠,٠٥	٠,٠٠٢٥	٠,٠١٥
٩	٥	٤٥	٢,٠٥	٤,٢٠٢٥	٢١,٠١٢٥
١٠	٢	٢٠	٣,٠٥	٩,٣٠٢٥	١٨,٦٠٥
	٢٠	١٣٩			٨٠,٩٥

الوسط الحسابى

$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س × ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{\text{١٣٩}}{\text{٢٠}} = \text{٦,٩٥}$

الانحراف المعيارى $= \sqrt{\frac{\text{مجـ ك}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}}{\text{مجـ ك}}} = \sqrt{\frac{\text{٨٠,٩٥}}{\text{٢٠}}} = \text{٢,٠١}$

[٣٨] الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠صندوق فى الوحدات المصنعة

الدرجة	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
التكرار	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠

أوجد الانحراف المعيارى لعدد الوحدات التالفة

س	ك	س×ك	س - $\bar{\text{س}}$	$(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}$	$(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}$ ك
٠	٣	٠	٣ـ	٩	٢٧
١	١٦	١٦	٢ـ	٤	٦٤
٢	١٧	٣٤	١ـ	١	١٧
٣	٢٥	٧٥	صفر	صفر	صفر
٤	٢٠	٨٠	١	١	٢٠
٥	١٩	٩٥	٢	٤	٧٦
	١٠٠	٣٠٠			٢٠٤

الوسط الحسابى: $\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س × ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{\text{٣٠٠}}{\text{١٠٠}} = \text{٣}$

الانحراف المعيارى $= \sqrt{\frac{\text{مجـ ك}\,(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}}{\text{مجـ ك}}} = \sqrt{\frac{\text{٢٠٤}}{\text{١٠٠}}} = \text{١,٤٢٨}$

ملاحظات على الضرب الديكارتى

- س × ص ≠ ص × س
- ن (س × ص) = ن (س) × ن (ص)
- ن (س ٢) = ن (س × س) = ن (س) × ن (س)

تساوى زوجين مرتبين

إذا تساوى زوجين مرتبين فان :

المسقط الأول = المسقط الأول والثانى = الثانى

مثال١: إذا كان (س ، ٣) = (٥ ، ص)
فإن س = ٥ ، ص = ٣

مثال٢: إذا كان (س – ٢ ، ١٠) = (٧ ، ص+٢)
فإن س – ٢ = ٧ س =٩
، ص +٢ = ١٠ ص = ٨

ملاحظات على الدالة

✸ **يقال لعلاقة من س إلى ص أنها دالة إذا كان :**

- ❖ كل عنصر من س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط
- ❖ أو كل عنصر من س يخرج منه سهم واحد فقط

✸ **إذا كانت د دالة من س إلى ص فإن:**

- ❖ المجال هو عناصر س
- ❖ والمجال المقابل هو عناصر ص
- ❖ المدى : هو مجموعة صور عناصر المجال س

- **إذا كان المستقيم يقطع محور السينات:**
  نفهم أن المسقط الثانى ص = صفر
- **إذا كان المستقيم يقطع محور الصادات:**
  نفهم أن المسقط الأول س = صفر
- **لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات:**
  نعوض في قاعدة الدالة عن ص = ٠
- **لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات:**
  نعوض في قاعدة الدالة عن س = ٠

- **في الدالة التربيعية د(س) = أ س٢ + ب س + جـ**

نقطة رأس المنحنى = ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، د ($\frac{-ب}{٢أ}$))

قواعد على التناسب

✦ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فإن:

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ومنها أ = جـ م ، ب = د م

✦ إذا كان ٢س = ٣ص فإن: $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢}$ ∴ س= ٣م ، ص= ٢م

✦ إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فإن :

س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

✦ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل فإن:

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د} = م$

ومنها جـ = د م ، ب = د م٢ ، أ = د م٣

✦ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فإن:

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ ومنها ب = جـ م ، أ = جـ م٢

✦ الوسط المتناسب بين عددين = ± $\sqrt{الأول × الثالث}$

✦ عند التعويض: إذا كان أ = ب م فإن أ٢ = ب٢ م٢
(حط التربيع على ب ، م)
و إذا كان ب = د م٢ فإن ب٢ = د٢ م٤

✦ إذا كانت النسبة بين عددين ٣ : ٧
فإننا نفرض أن العددان هما ٣م ، ٧م

✦ لإثبات أن أ،ب،جـ،د كميات متناسبة نثبت أن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

خطوات حل مسائل التناسب المباشرة :

١- تكوين تناسب ٢- إيجاد قيم

٣- التعويض بالقيم ٤- إخراج ع م أ

٥- الاختصار

التغير الطردى

✦ إذا كانت ص $\propto$ س فإن:

قانون العلاقة	قانون الثابت	قانون القيمة
ص = م س	م = $\frac{ص}{س}$	$\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

◆ العلاقة الطردية يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠،٠)

◆ إذا كانت ص $\propto$ س² فإن الثابت م = $\frac{ص}{س^2}$

والعلاقة هى ص = م س²

◆ لإثبات أن ص $\propto$ س نثبت أن ص = (ثابت) س

التغير العكسى

✦ إذا كانت ص $\propto \frac{1}{س}$ فإن:

قانون العلاقة	قانون الثابت	قانون القيمة
ص س = م	م = ص × س	$\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$

◆ يمكن كتابة العلاقة العكسية على الصورة ص = $\frac{م}{س}$

◆ لإثبات أن ص $\propto \frac{1}{س}$ نثبت أن ص س = ثابت

التشتت

تصميم محمود عوض معلم رياضيات

تصميم محمود عوض معلم رياضيات

١ المدى

❖ هو أبسط مقاييس التشتت وأسهلها.

❖ وهو الفرق بين أكبر القيم وأصغرها.

المدى = أكبر قيمة ـ أصغر قيمة

مثال: المدى للقيم ٢٣ ، ٢٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٧

هو ٢٣ ـ ١٥ = ٨

٢ الانحراف المعيارى σ

✦ هو الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى

✦ هو أكثر مقاييس التشتت انتشارا وأدقها.

✦ اذا تساوت جميع المفردات فإن : الانحراف σ = صفر

حساب الانحراف المعيارى لمجموعة من القيم

الانحراف σ = $\sqrt{\frac{مجـ (س - \overline{س})^2}{ن}}$

حيث: $\overline{س}$ الوسط الحسابى ، ن عدد القيم

لحساب الوسط $\overline{س}$ = $\frac{مجموع القيم}{عددهم}$

ملاحظات للحل

◆ نكون جدول مكون من ٣ أعمدة

◆ العمود الأول س : نكتب فيه القيم التى في المسألة

◆ نحسب الوسط $\overline{س}$ قبل أن نملأ الجدول

حساب الانحراف المعيارى للجدول التكرارى

الانحراف σ = $\sqrt{\frac{مجـ (س - \overline{س})^2 ك}{مجـ ك}}$

حيث: $\overline{س}$ الوسط الحسابى ، ك التكرار

لحساب الوسط $\overline{س}$ = $\frac{مجـ (س×ك)}{مجـ ك}$

ملاحظات للحل

❖ نكون جدول من ٦ أعمدة

❖ العمود الأول س نكتب فيه أرقام الصف الأول من المسألة

❖ العمود الثانى ك نكتب فيه أرقام الصف الثانى من المسألة

❖ نملأ أول ثلاثة أعمدة ثم نحسب الوسط $\overline{س}$ ثم نكمل الجدول

١
إذا كانت س × ص = { (٢،٢) ، (٢،٥) ، (٢،٧) }
أوجد : ١) ص ٢) ص × س
٣) ن (ص^2)

الحل
- ص = { ٢ ، ٥ ، ٧ }
- ص × س = { (٢،٢)، (٥،٢)، (٧،٢) }
- ن (ص^2) = ٣ × ٣ = ٩

٢
إذا كانت س = {٣،٤} ، ص = { ٤،٥ }
، ع = { ٦،٥ } فأوجد :
١) س × (ص∩ع) ٢) (س ـ ص) × ع

الحل
التجهيز: (ص ∩ ع) = { ٥ } ، س ـ ص = { ٣ }
س × (ص∩ع) = {٣،٤} × { ٥ }
= { (٣،٥)، (٤،٥) }
(س ـ ص) × ع = { ٣ } × { ٦،٥ }
= { (٣،٦)، (٣،٥) }

٣
إذا كانت س = {٢،٥} ، ص = { ١،٢ }
، ع = { ٣ } فأوجد :
١) ن (س × ع) ٢) (ص∩س) × ع

الحل
١ ن (س×ع) = ن (س) × ن (ع) = ٢×١ = ٢
٢ التجهيز: (ص ∩ س) = { ٢ }
(ص ∩ س) × ع = { ٢ } × { ٣ } = { (٢،٣) }

٤
إذا كانت س = {١،٥،٦} ، ص = { ٢،٤،٥ }
فأوجد : ١) ص × س ومثله بمخطط سهمى
٢) ن (س × ص)

الحل
١ ص × س = { (٢،١)، (٢،٥)، (٢،٦) ، (٤،١) ، (٤،٥) ، (٤،٦) ، (٥،١) ، (٥،٥) ، (٥،٦) }
مثل المخطط بنفسك
٢ ن (س × ص) = ن (س) × ن (ص) = ٣×٣ = ٩

٥
إذا كانت س = {٢،٣} ص = { ٣،٤،٥ }
فأوجد : ١) س × ص
٢) (س × ص) ∩ ص^2

الحل
١ س × ص = { (٢،٣)، (٢،٤)، (٢،٥) ، (٣،٣) ، (٣،٤) ، (٣،٥) }
٢ ص^2 = { (٣،٣)، (٣،٤)، (٣،٥) ، (٤،٣) ، (٤،٤) ، (٤،٥) ، (٥،٣)، (٥،٤) ، (٥،٥) }
(س × ص) ∩ ص^2 = { (٣،٣) ، (٣،٤) ، (٣،٥) }

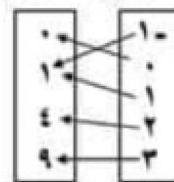
٦
إذا كانت س = {٢،-١} ص = { ٤،٠ }
، ع = { ٤،٥،-٢ } فأوجد :
فأوجد : ١) س × ص ٢) س^2
٣) ن (س × ع) ٤) ن (ع^2) ٥) ن(ص^2)

الحل
س × ص = { (٢،٤)، (٢،٠)، (-١،٤) ، (-١،٠) }
٢ س^2 = { (٢،٢)، (٢،-١)، (-١،٢) ، (-١،-١) }
٣ ن (س × ع) = ن (س) × ن (ع) = ٢ × ٣ = ٦
٤ ن (ع^2) = ن (ع) × ن (ع) = ٣ × ٣ = ٩
٥ ن (ص^2) = ن (ص) × ن (ص) = ٢ × ٢ = ٤

إذا كانت س = { -١، ٠، ١، ٢، ٣ }،
ص = { ٠، ١، ٤، ٦، ٩ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " أ^{٢} = ب "
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى، وهل ع دالة أم لا ، ولماذا؟ وإذا كانت دالة اكتب مداها.

الحل

بيان ع = { (-١، ١)، (٠، ٠)، (١، ١)، (٢، ٤)، (٣، ٩) }



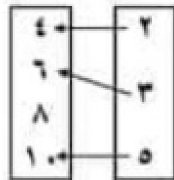
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط .

المدى = { ٠، ١، ٤، ٩ }

إذا كانت س = { ٢، ٣، ٥ }،
ص = { ٤، ٦، ٨، ١٠ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " ٢أ = ب "
١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى
٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (٢، ٤)، (٣، ٦)، (٥، ١٠) }



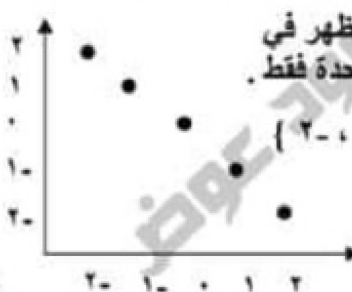
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط.

المدى = { ٤، ٦، ١٠ }

إذا كانت س = { -٢، -١، ٠، ١، ٢ }
وكانت ع علاقة معرفة على س حيث أ ع ب تعنى أن العدد أ معكوس جمعى للعدد ب
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى هل ع دالة أم لا؟ ولماذا؟ وإذا كانت دالة اكتب مداها

الحل

بيان ع = { (-٢، ٢)، (-١، ١)، (٠، ٠)، (١، -١)، (٢، -٢) }



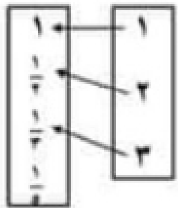
ع دالة كل عنصر من س ظهر في بيان ع كمسقط أول مرة واحدة فقط .

المدى = { ٢، ١، ٠، -١، -٢ }

إذا كانت س = { ١، ٢، ٣ } ، ص = { ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٥}$ }
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن العدد أ هو المعكوس الضربى للعدد ب
- اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى
- بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ١)، (٢، $\frac{١}{٢}$)، (٣، $\frac{١}{٣}$) }



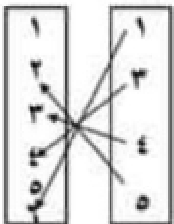
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط .

المدى = { ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$ }

إذا كانت س = { ١، ٣، ٤، ٥ }،
ص = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن أ + ب = ٧
١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى
٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ٦)، (٣، ٤)، (٤، ٣)، (٥، ٢) }



ع دالة لأن كل عنصر من س خرج منه سهم واحد فقط.

المدى = { ٢، ٣، ٤، ٦ }

إذا كانت س = { ١، ٣، ٥ }،
وكانت ع علاقة معرفة على س
وكان بيان ع = { (أ ، ٣)، (ب ، ١)، (١ ، ٥) }
١) أوجد مدى الدالة
٢) أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب

الحل

مدى الدالة هو الأرقام الموجودة في المسقط الثانى
المدى = { ٣ ، ١ ، ٥ }

العلاقة دالة يبقى لازم كل عنصر من س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط ..
العنصر ١ ظهر يبقى أ ، ب هما ٣ ، ٥

أ + ب = ٣ + ٥ = ٨

مسائل على التعويض فى الدالة

إعداد أ/ محمود عوض

١

إذا كانت د(س) = ٤س + ب وكان د(٣) = ١٥

أوجد قيمة ب

الحل

د(٣) = ١٥ معناها انك لما تعوض في الدالة عن س = ٣ الناتج هيساوى ١٥

٤ × ٣ + ب = ١٥

١٢ + ب = ١٥ ∴ ب = ٣

٢

إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د (س) = ٤س − ٥

فأوجد قيمة أ

الحل

من الزوج (أ ، ٣) نأخذ س = أ ، د (س) = ٣

بالتعويض في الدالة

∴ ٣ = ٤ أ − ٥

٤ أ = ٣ + ٥ ⟸ ٤ أ = ٨

∴ أ = ٢

٣

إذا كانت د (س) = $س^٢$ − ٣س ، ر (س) = س − ٣

فأوجد د ($\sqrt{٢}$) + ٣ ر ($\sqrt{٢}$)

الحل

د ($\sqrt{٢}$) = $(\sqrt{٢})^٢$ − ٣ $\sqrt{٢}$ = ٢ − ٣ $\sqrt{٢}$

ر ($\sqrt{٢}$) = $\sqrt{٢}$ − ٣

٣ ر($\sqrt{٢}$) = ٣ $\sqrt{٢}$ − ٩

د ($\sqrt{٢}$) + ٣ر ($\sqrt{٢}$) = ٢ − ٣ $\sqrt{٢}$ + ٣ $\sqrt{٢}$ − ٩ = − ٧

٤

إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د (س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات في النقطة (ب ، ٣) فأوجد قيمتى أ ، ب

الحل

المستقيم يقطع محور الصادات ب = ٠

من الزوج (ب ، ٣) نعوض عن س = ٠ ، ص = ٣

٣ = ٦ × ٠ − أ ⟸ ٣ = ٠ − أ

− أ = ٣ ⟸ أ = ٣

٥

إذا كانت س = { ٠ ، ١ ، ٣ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ }

وكانت د : س ← ص حيث د (س) = ٥ − س

فأوجد صور عناصر س بالدالة د .

الحل

لإيجاد صور عناصر س نعوض في الدالة عن قيم س

د (٠) = ٥ − ٠ = ٥

د(١) = ٥ − ١ = ٤

د (٣) = ٥ − ٣ = ٢

∴ صور عناصر س (هي المدى) = { ٥ ، ٤ ، ٢ }

إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

وكانت د : س ← ص حيث د (س) = ٩ − س

فأوجد بيان الدالة د ثم أوجد المدى .

الحل

نعوض في الدالة د(س) = ٩ − س عن قيم المجموعة س

د (٢) = ٩ − ٢ = ٧

د(٣) = ٩ − ٣ = ٦

د (٤) = ٩ − ٤ = ٥

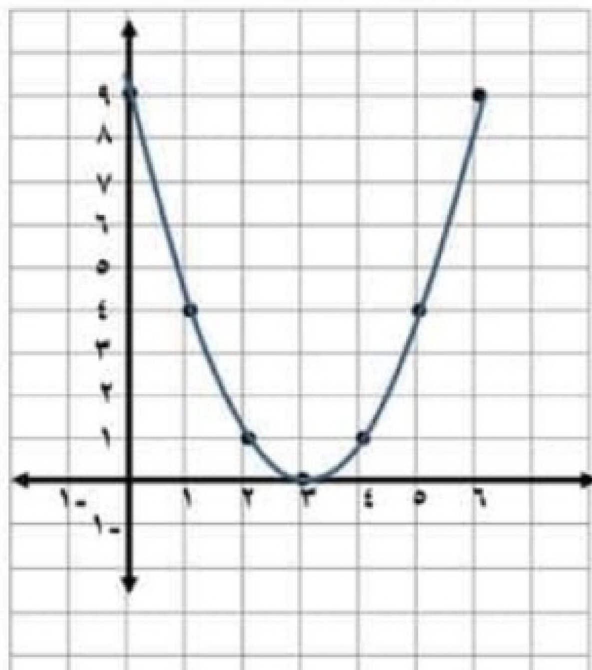
بيان د = { (٢ ، ٧) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٥) }

المدى = { ٧ ، ٦ ، ٥ }

مثل بيانيا الدالة د(س) = (س – ٣)٢
متخذاً س ∋ [٠ ، ٦] ومن الرسم استنتج :
١) نقطة رأس المنحنى ٢) القيمة الصغرى للدالة
٣) معادلة محور التماثل

الحل

س	(س – ٣)٢	ص
٠	(٠ – ٣)٢	٩
١	(١ – ٣)٢	٤
٢	(٢ – ٣)٢	١
٣	(٣ – ٣)٢	٠
٤	(٤ – ٣)٢	١
٥	(٥ – ٣)٢	٤
٦	(٦ – ٣)٢	٩



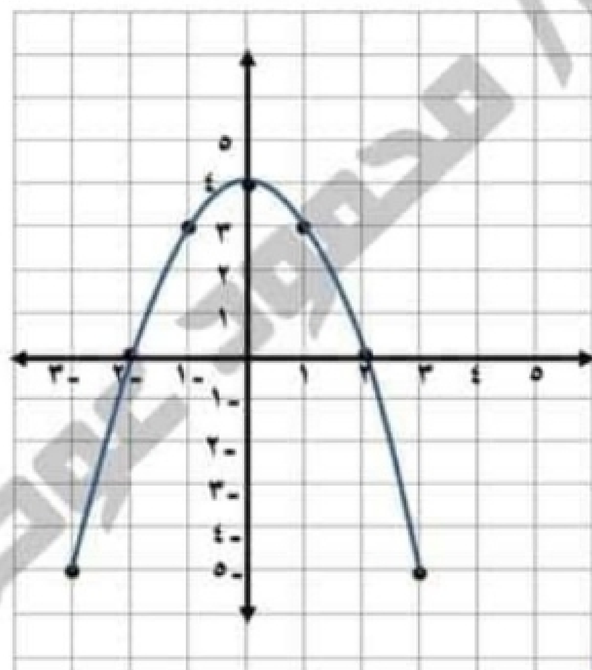
رأس المنحنى = (٣ ، ٠)

معادلة محور التماثل س = ٣

القيمة الصغرى = ٠

مثل بيانيا الدالة د(س) = ٤ – س٢
متخذاً س ∋ [-٣ ، ٣] ومن الرسم استنتج :
١) نقطة رأس المنحنى ٢) القيمة الصغرى أو العظمى
٣) معادلة محور التماثل

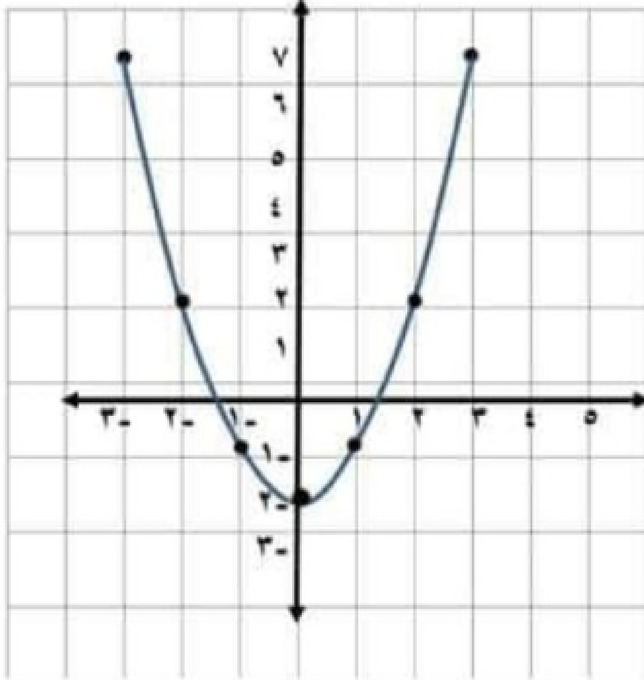
س	٤ – س٢	ص
-٣	٤ – (-٣)٢	-٥
-٢	٤ – (-٢)٢	٠
-١	٤ – (-١)٢	٣
٠	٤ – (٠)٢	٤
١	٤ – (١)٢	٣
٢	٤ – (٢)٢	٠
٣	٤ – (٣)٢	-٥



رأس المنحنى = (٠ ، ٤)
معادلة محور التماثل س = ٠
القيمة العظمى = ٤

مثل بيانيا الدالة د(س) = س٢ ـ ٢
متخذاً س ∈ [-٣ ، ٣] ومن الرسم استنتج :
١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل
٣) القيمة الصغرى أو العظمى

س	س٢ ـ ٢	ص
-٣	(-٣)٢ ـ ٢	٧
-٣	(-٢)٢ ـ ٢	٢
-١	(-١)٢ ـ ٢	-١
٠	(٠)٢ ـ ٢	-٢
١	(١)٢ ـ ٢	-١
٢	(٢)٢ ـ ٢	٢
٣	(٣)٢ ـ ٢	٧



رأس المنحنى = (٠ ، -٢)

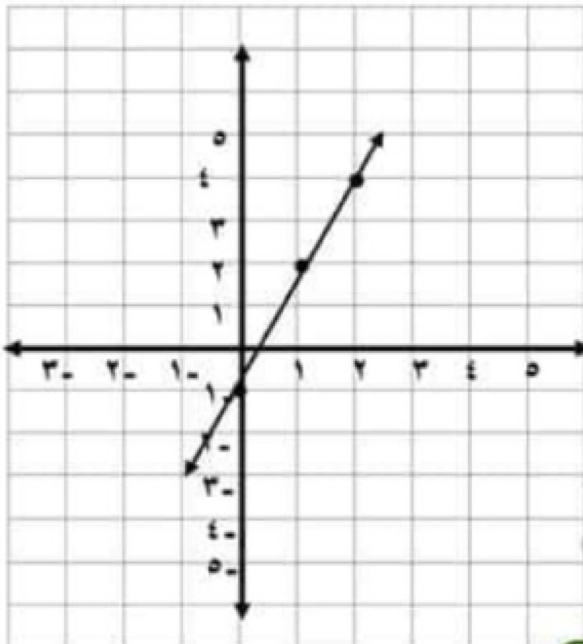
معادلة محور التماثل س = ٠

القيمة الصغرى = -٢

مثل بيانيا الدالة د(س) = ٣ س ـ ١
وأوجد نقطة تقاطع المستقيم مع محورى الإحداثيات

في الدالة الخطية نفرض أى ٣ قيم للـ س

س	٣س ـ ١	ص
٠	٣ × ٠ ـ ١	-١
١	٣ × ١ ـ ١	٢
٢	٣ × ٢ ـ ١	٤



لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نعوض عن ص = ٠

٠ = ٣س ـ ١ ٣س = ١ س = $\frac{١}{٣}$

نقطة التقاطع مع محور السينات ($\frac{١}{٣}$ ، ٠)

نقطة التقاطع مع محور الصادات (٠ ، -١)

١ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ ، إذا طرح منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ ، أوجد العددين؟

الحل

نفرض أن العددان هما ٣م ، ٧م

∴ $\frac{\text{٣م - ٥}}{\text{٧م - ٥}} = \frac{١}{٣}$ (مقص)

٩م – ١٥ = ٧م – ٥

٩م – ٧م = -٥ + ١٥

٢م = ١٠ م = ٥

∴ العدد الأول = ٣م = ٣×٥ = ١٥

∴ العدد الثانى = ٧م = ٧×٥ = ٣٥

٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد = س

$\frac{\text{س + ٧}}{\text{س + ١١}} = \frac{٢}{٣}$ (مقص)

٣س + ٢١ = ٢س + ٢٢

٣س – ٢س = ٢٢ – ٢١

∴ س = ١ ∴ العدد هو ١

٣ أوجد الرابع المتناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦

الحل

نفرض أن الرابع المتناسب هو س

الكميات هي: ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، س

∴ $\frac{٤}{١٢} = \frac{١٦}{\text{س}}$

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

٤ × س = ١٢ × ١٦

∴ س = $\frac{١٢ \times ١٦}{٤}$ = ٤٨

٤ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

الحل

نفرض أن العدد = س

$\frac{\text{س + ٣}}{\text{س + ٥}} = \frac{\text{س + ٨}}{\text{س + ١٢}}$ (مقص)

~~س²~~ + ٣س + ١٢س + ٣٦ = ~~س²~~ + ٥س + ٨س + ٤٠

١٥س + ٣٦ = ١٣س + ٤٠

١٥س – ١٣س = ٤٠ – ٣٦

٢س = ٤ ⟸ س = ٢ ∴ العدد هو ٢

٥ إذا كانت $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ فاثبت أن : $\frac{\text{٢ص - ع}}{\text{٣س - ٢ص + ع}} = \frac{١}{٢}$

الحل

س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

الأيمن = $\frac{\text{٢ص - ع}}{\text{٣س - ٢ص + ع}}$

= $\frac{\text{٢×٤م - ٥م}}{\text{٣×٣م - ٢×٤م + ٥م}}$

= $\frac{\text{٨م - ٥م}}{\text{٩م - ٨م + ٥م}} = \frac{\text{٣م}}{\text{٦م}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

٦ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د فى تناسب متسلسل فاثبت أن : $\frac{\text{جـ}^٢ \text{ - د}^٢}{\text{أ - جـ}} = \frac{\text{ب د}}{\text{أ}}$

الحل

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

جـ = د م ، ب = د م² ، أ = د م³

الأيمن = $\frac{\text{جـ}^٢ \text{ - د}^٢}{\text{أ - جـ}} = \frac{\text{د}^٢\text{م}^٢ \text{ - د}^٢}{\text{د م}^٣ \text{ - د م}} = \frac{\text{د}^٢ (\text{م}^٢ - ١)}{\text{د م} (\text{م}^٢ - ١)} = \frac{\text{د}}{\text{م}}$

الأيسر = $\frac{\text{ب د}}{\text{أ}} = \frac{\text{د م}^٢ \times \text{د}}{\text{د م}^٣} = \frac{\text{د}}{\text{م}}$ الأيمن = الأيسر

٧ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فاثبت أن $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}}$

الحل

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$ ، ب = جـ م ، أ = جـ م^2

الأيمن $= \frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}^2 - \text{جـ م}}{\text{جـ م}^2 - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}(\text{م} - 1)}{\text{جـ}(\text{م}^2 - 1)}$

$= \frac{\text{جـ م}(\text{م} - 1)}{\text{جـ}(\text{م} - 1)(\text{م} + 1)} = \frac{\text{م}}{\text{م} + 1}$

الأيسر $= \frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ}(\text{م} + 1)}$

$= \frac{\text{م}}{\text{م} + 1}$

الأيمن = الأيسر

٨ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فاثبت أن $\frac{\text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د} - \text{جـ}}$

الحل

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ أ = جـ م ، ب = د م

الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{د م} - \text{جـ م}}$

$= \frac{\text{جـ م}}{\text{م}(\text{د} - \text{جـ})} = \frac{\text{جـ}}{\text{د} - \text{جـ}} =$ الأيسر

٩ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د فى تناسب متسلسل فاثبت أن $\frac{\text{أ}^2 - 3\text{جـ}^2}{\text{ب}^2 - 3\text{د}^2} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

الحل

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

جـ = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3

الأيمن $= \frac{\text{أ}^2 - 3\text{جـ}^2}{\text{ب}^2 - 3\text{د}^2} = \frac{\text{د}^2\text{م}^6 - 3\text{د}^2\text{م}^2}{\text{د}^2\text{م}^4 - 3\text{د}^2}$

$= \frac{\text{د}^2\text{م}^2(\text{م}^4 - 3)}{\text{د}^2(\text{م}^4 - 3)} = \text{م}^2$

الأيسر $= \frac{\text{ب}}{\text{د}} = \frac{\text{د م}^2}{\text{د}} = \text{م}^2$

∴ الأيمن = الأيسر

١٠ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د فى تناسب متسلسل فاثبت أن $\frac{\text{أ ب} - \text{جـ د}}{\text{ب}^2 - \text{جـ}^2} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

جـ = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3

الأيمن $= \frac{\text{أ ب} - \text{جـ د}}{\text{ب}^2 - \text{جـ}^2} = \frac{\text{د م}^3 \times \text{د م}^2 - \text{د م} \times \text{د}}{\text{د}^2\text{م}^4 - \text{د}^2\text{م}^2}$

$= \frac{\text{د}^2\text{م}^5 - \text{د}^2\text{م}}{\text{د}^2\text{م}^4 - \text{د}^2\text{م}^2} = \frac{\text{د}^2\text{م}(\text{م}^4 - 1)}{\text{د}^2\text{م}^2(\text{م}^2 - 1)}$

$= \frac{\text{د}^2\text{م}(\text{م}^2 - 1)(\text{م}^2 + 1)}{\text{د}^2\text{م}^2(\text{م}^2 - 1)} = \frac{\text{م}^2 + 1}{\text{م}}$

الأيسر $= \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{\text{د م}^3 + \text{د م}}{\text{د م}^2} = \frac{\text{د م}(\text{م}^2 + 1)}{\text{د م}^2}$

$= \frac{\text{م}^2 + 1}{\text{م}}$ ∴ الأيمن = الأيسر

١١ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

فاثبت أن $\frac{٣أ - ٢جـ}{٥أ + ٣جـ} = \frac{٣ب - ٢د}{٥ب + ٣د}$

الحل

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$ أ = جـ م ، ب = د م

الأيمن $= \frac{٣أ - ٢جـ}{٥أ + ٣جـ} = \frac{٣جـم - ٢جـ}{٥جـم + ٣جـ}$

$= \frac{جـ(٣م - ٢)}{جـ(٥م + ٣)} = \frac{٣م - ٢}{٥م + ٣}$

الأيسر $= \frac{٣ب - ٢د}{٥ب + ٣د} = \frac{٣دم - ٢د}{٥دم + ٣د}$

$= \frac{د(٣م - ٢)}{د(٥م + ٣)} = \frac{٣م - ٢}{٥م + ٣}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٢ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ

فاثبت أن $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$

الحل

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ ب = جـم ، أ = جـم^٢

الأيمن $= \frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{جـ^٢م^٤ + جـ^٢م^٢}{جـ^٢م^٢ + جـ^٢}$

$= \frac{جـ^٢م^٢(م^٢ + ١)}{جـ^٢(م^٢ + ١)} = م^٢$

الأيسر $= \frac{أ}{جـ} = \frac{جـم^٢}{جـ} = م^٢$

∴ الأيمن = الأيسر

١٣ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د فى كميات متناسبة

فاثبت أن $\frac{أجـ}{ب د} = \left(\frac{أ - جـ}{ب - د}\right)^٢$

الحل

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

أ = جـ م ، ب = د م

الأيمن $= \frac{أجـ}{ب د} = \frac{جـم \times جـ}{د م \times د} = \frac{جـ^٢م}{د^٢م} = \frac{جـ^٢}{د^٢}$

الأيسر $= \left(\frac{أ - جـ}{ب - د}\right)^٢ = \left(\frac{جـم - جـ}{د م - د}\right)^٢$

$= \left(\frac{جـ(م - ١)}{د(م - ١)}\right)^٢ = \left(\frac{جـ}{د}\right)^٢ = \frac{جـ^٢}{د^٢}$

∴ الأيمن = الأيسر

١٤ إذا كانت $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فاثبت أن :

$\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢} = ٢س + ص$

الحل

س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

الأيمن $= \sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢}$

$= \sqrt{٣ \times ٩م^٢ + ٣ \times ١٦م^٢ + ٥م^٢}$

$= \sqrt{٢٧م^٢ + ٤٨م^٢ + ٢٥م^٢}$

$= \sqrt{١٠٠م^٢} = ١٠م$

الأيسر = ٢س + ص = ٢ × ٣م + ٤م

= ٦م + ٤م = ١٠م

∴ الأيمن = الأيسر

١

إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص= ٦ عندما س = ٣

أوجد : ١) العلاقة بين س ، ص

٢) قيمة ص عندما س = ٥

الحل

ص $\propto$ س ∴ ص = م س

م = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

العلاقة هى: ص = ٢ س

بالتعويض عن س = ٥

ص = ٢ × ٥ = ١٠

٢

إذا كانت ص $\propto \frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢

أوجد : ١) العلاقة بين س ، ص

٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

ص $\propto \frac{١}{س}$ ∴ ص س = م

م = ص × س = ٣ × ٢ = ٦

العلاقة هى : ص س = ٦

بالتعويض عن س = ١,٥

ص × ١,٥ =٦ ∴ ص = ٤

٣

إذا كانت ص تتغير طرديا بتغير س

وكانت ص= ١٤ عندما س = ٤٢

أوجد : ١) العلاقة بين س ، ص

٢) قيمة س عندما ص = ٢٠

الحل

ص $\propto$ س ∴ ص = م س

م = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{١٤}{٤٢}$ = $\frac{١}{٣}$

العلاقة هى: ص = $\frac{١}{٣}$ س

٢٠ = $\frac{١}{٣}$ س س = ٢٠ × ٣ = ٦٠

٤

من بيانات الجدول التالى أجب:

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

١)بين نوع التغير بين ص ، س

٢)أوجد ثابت التناسب

٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

١) نوع التغير عكسى (لأنه كلما زادت س نقصت ص)

٢) ثابت التناسب = ص × س = ٦ × ٢ = ١٢

٣) بالتعويض عن س = ٣ فى العلاقة ص س =١٢

ص × ٣ = ١٢ ∴ ص = ٤

٥

إذا كان: $\frac{ص}{ع} = \frac{٢١س - ص}{٧ س - ع}$ فاثبت أن: ص $\propto$ ع

الحل

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

٢١س ع – ص ع = ٧س ص – ص ع

٢١ س ع = ٧ س ص

٢١ ع = ٧ ص

ص = $\frac{٢١}{٧}$ ع ∴ ص $\propto$ ع

٦

إذا كان : س^{٤}ص^{٢} – ١٤س^{٢}ص + ٤٩ = ٠

فاثبت أن: ص $\propto \frac{١}{س^{٢}}$

الحل

بتحليل المقدار المربع الكامل

(س^{٢}ص – ٧)^{٢} = ٠ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

س^{٢}ص – ٧ = ٠

س^{٢}ص = ٧

∴ ص $\propto \frac{١}{س^{٢}}$

١ إذا كانت $\frac{أ+ب}{٣} = \frac{ب+جـ}{٦} = \frac{جـ+أ}{٥}$

فاثبت أن : $\frac{أ+ب+جـ}{أ} = ٧$

الحل

بجمع : النسبة الأولى + الثانية + الثالثة

$\frac{أ+ب+ب+جـ+جـ+أ}{٣+٦+٥} = \frac{٢أ+٢ب+٢جـ}{١٤}$

$= \frac{٢(أ+ب+جـ)}{١٤} = \frac{أ+ب+جـ}{٧} =$ إحدى النسب ١

نجمع النسبتين اللى فيهم أ – النسبة الثانية

$\frac{أ+ب+جـ+أ-ب-جـ}{٣+٥-٦} = \frac{٢أ}{٢} = أ =$ إحدى النسب ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن $\frac{أ+ب+جـ}{٧} = أ$ ∴ $\frac{أ+ب+جـ}{أ} = ٧$

٤ إذا كان: ص= أ-٩، ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ وكان أ=١٨ عندما س= $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العلاقة بين س،ص ثم استنتج قيمة ص

الحل

∵ ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ ∴ ص س^٢ = م

بالتعويض عن ص = أ-٩

(أ-٩) س^٢ = م   (١٨-٩) × $(\frac{٢}{٣})^٢$ = م

∴ م = ٩ × $\frac{٤}{٩}$ = ٤

∴ العلاقة هى ص س^٢ = ٤

عندما س = ١   ص × ١^٢ = ٤   ص = ٤

٣ إذا كانت (س^٥ ، ص + ١) = (٣٢ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$)

فأوجد قيمة كل من س ، ص

الحل

س^٥ = ٣٢ ∴ س^٥ = ٢^٥

∴ س = ٢

ص + ١ = $\sqrt[٣]{٢٧}$ ∴ ص + ١ = ٣

∴ ص = ٢

٤ إذا كانت (س – ١ ، ١١) = (٨ ، ص+٣)

فأوجد قيمة $\sqrt{س+٢ص}$

الحل

س – ١ = ٨ ∴ س = ٩

ص + ٣ = ١١ ∴ ص = ٨

∴ $\sqrt{س+٢ص} = \sqrt{٩+٢×٨}$

$= \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$

إذا كانت $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة: $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

س = ٢م ، ص = ٣م

النسبة = $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س} = \frac{٣×٢م + ٢×٣م}{٦×٣م - ٢م}$

$= \frac{٦م + ٦م}{١٨م - ٢م}$

$= \frac{١٢م}{١٦م} = \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

إذا كان أ : ب : جـ = ٥ : ٧ : ٣
وكان أ + ب = ٢٧,٦
فأوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ

أ = ٥م ، ب = ٧م ، جـ = ٣م

بالتعويض فى أ + ب = ٢٧,٦

∴ ٥م + ٧م = ٢٧,٦

١٢م = ٢٧,٦

∴ م = ٢,٣

أ = ٥م = ٥ × ٢,٣ = ١١,٥

ب = ٧×٢,٣ = ١٦,١

جـ = ٣م = ٣ × ٢,٣ = ٦,٩

١ احسب الانحراف المعيارى للقيم:

١٦ ، ٣٢ ، ٥، ٢٠ ، ٢٧

الحل

$\text{الوسط } \overline{س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

$= \frac{١٦+٣٢+٥+٢٠+٢٧}{٥} = \frac{١٠٠}{٥} = ٢٠$

س	س - $\overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$
١٦	١٦-٢٠ = -٤	١٦
٣٢	٣٢-٢٠ = ١٢	١٤٤
٥	٥-٢٠ = -١٥	٢٢٥
٢٠	٢٠-٢٠ = ٠	٠
٢٧	٢٧-٢٠ = ٧	٤٩
مجـ	xxx	٤٣٤

$\sigma = \sqrt{\frac{مجـ(س - \overline{س})^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{٤٣٤}{٥}} = ٩,٣$

مثال ٢ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الآتى:

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحل

س	ك	س× ك	س - $\overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢$ ك
٠	٨	صفر	٠-٢ = -٢	٤	٤×٨ =٣٢
١	١٦	١٦	١-٢ = -١	١	١×١٦=١٦
٢	٥٠	١٠٠	٢-٢ = ٠	٠	٠×٥٠=٠
٣	٢٠	٦٠	٣-٢ = ١	١	١×٢٠=٢٠
٤	٦	٢٤	٤-٢ = ٢	٤	٤×٦=٢٤
مجـ	١٠٠	٢٠٠	xx	xx	٩٢

$\text{الوسط } \overline{س} = \frac{مجـ(س×ك)}{مجـ ك} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$

$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{مجـ(س - \overline{س})^٢ ك}{مجـ ك}}$

$= \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}} = ١$ طفل

حساب الانحراف للجدول التكرارى ذي المجموعات

◆ العمود الأول س نكتب فيه مركز المجموعة

ويحسب كالتالى :

$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

مثال ٣ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى الآتى:

المجموعة	٠-	٤-	٨-	١٢-	١٦-٢٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٣	٩	٢٥

الحل

نحسب مراكز المجموعات لنكتبها في عمود س

$م_١ = \frac{٠ + ٤}{٢} = ٢$ ، $م_٢ = \frac{٤ + ٨}{٢} = ٦$ ، $م_٣ = \frac{٨ + ١٢}{٢} = ١٠$

$م_٤ = \frac{١٢ + ١٦}{٢} = ١٤$ ، $م_٥ = \frac{١٦ + ٢٠}{٢} = ١٨$

س	ك	س× ك	س - $\overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢$ ك
٢	٣	٦	-٩,٦	٩٢,١٦	٢٧٦,٤٨
٦	٤	٢٤	-٥,٦	٣١,٣٦	١٢٥,٤٤
١٠	٧	٧٠	-١,٦	٢,٥٦	١٧,٩٢
١٤	٢	٢٨	٢,٤	٥,٧٦	١١,٥٢
١٨	٩	١٦٢	٦,٤	٤٠,٩٦	٣٦٨,٦٤
مجـ	٢٥	٢٩٠	xx	xx	٨٠٠

$\text{الوسط } \overline{س} = \frac{مجـ(س×ك)}{مجـ ك} = \frac{٢٩٠}{٢٥} = ١١,٦$

$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{مجـ(س - \overline{س})^٢ ك}{مجـ ك}}$

$= \sqrt{\frac{٨٠٠}{٢٥}} = ٥,٧$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

١) النقطة (-٣ ، ٤) تقع فى الربع ....
(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

٢) إذا كان ٣ أ = ٤ ب فإن أ : ب = ...
(أ) ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ (جـ) ٣ : ٧ (د) ٤ : ٧

٣) إذا كان ن (س) = ٣ ، ن (س × ص) = ١٢ فإن ن (ص) = ...
(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٣٦

٤) إذا كانت س = { ٢ } ، ص = { ٣ } فإن س x ص = ...
(أ) ٦ (ب) { ٣ } (جـ) (٢ ، ٣) (د) { (٢ ، ٣) }

٥) إذا كان ن (س) = ٢ ، ن (ص × س) = ٦ فإن ن $(ص^٢)$ = ...
(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٦) إذا كان س ص = ٧ فإن ص ∝ ....
(أ) $\frac{١}{س}$ (ب) س - ٧ (جـ) س (د) س + ٧

٧) إذا كان (٢ ، س-١) = (ص ، ٠) فإن س + ص = ...
(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) -٣

٨) الرابع المتناسب للأعداد ٣ ، ٦ ، ٨ هو ....
(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٦ (د) ٢٠

٩) العلاقة التى تمثل تغيرا طردياً بين المتغيرين س ، ص هى ....
(أ) س ص = ٥ (ب) ص= س +٣ (جـ) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

١٠) الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى ....
(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (جـ) الإنحراف المعيارى (د) المنوال

١١) إذا كان ص ∝ س وكان ص = ٢ عندما س = ٨ فإن ص = ٣ عندما س = ...
(أ) ١٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٦

١٢) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

١٣) إذا كانت أ ، ٤ ، ب ، ٩ كميات متناسبة فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...
(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{-٩}{٤}$ (د) $\frac{-٤}{٩}$

١٤) إذا كانت د(س) = ٧ فإن د (-٣) = ...
(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) ٢١ (د) -٢١

١٥) أسهل وأبسط مقاييس التشتت هو ....

(أ) المنوال (ب) الوسيط (جـ) المدى (د) الانحراف المعياري

١٦) إذا كان: أ ، ٢س ، ب ، ٣س كميات متناسبة فإن أ : ب = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ٢ : ٣ (د) ٣ : ٢

١٧) إذا كان ٣ س ص = ٨ فإن ....

(أ) س ∝ ص (ب) ص ∝ س (جـ) ٣س ∝ ٨ص (د) س ∝ $\frac{١}{ص}$

١٨) إذا كانت ١٨ هى أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى = ٦ فإن أصغر مفردات المجموعة = ...

(أ) ٨ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

١٩) إذا كانت (س − ١ ، ١١) = (٨ ، ص+٣) فإن $\sqrt{\text{س+٢ص}}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٢٥

٢٠) إذا كانت ن (س^{٢}) = ٩ فإن ن (س) = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

٢١) إذا كان (٣ ، ٥) ∈ {٣ ، ٦} × {س ، ٨} فإن س = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٣

٢٢) إذا كانت النقطة (س-٤ ، ٢-س) تقع فى الربع الثالث فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

٢٣) إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، وكانت س = $\sqrt{٣}$ عندما ص = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ فإن ثابت التناسب = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٦

٢٤) إذا كانت النقطة (٥ ، ب − ٧) تقع على محور السينات فإن ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٢

٢٥) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

(أ) المنوال (ب) الوسيط (جـ) الوسط (د) المدى

٢٦) إذا كانت $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٣س}$ فإن س = ... **مهمة جدا**

(أ) ٢١ (ب) ٧ (جـ) ٣ (د) ٤

٢٧) الدالة د : د(س) = ٣ س يمثلها بيانيا خط مستقيم يمر بالنقطة ....

(أ) (٠ ، -٣) (ب) (٠ ، ٠) (جـ) (٣ ، ٠) (د) (٣ ، ٣)

٢٨) الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ يساوى ....

(أ) ٩ (ب) -٩ (جـ) ± ٩ (د) ١٥

تراكمى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) [١ ، ٣] − { ٠ ، ١ } = ...

أ)] ١ ، ٣ [ب)] ١ ، ٣] ج) [١ ، ٣ [د) { ٣ }

٢) مجموعة حل المعادلة $(س - ١)^٢ = ٩$ في ح هى ....

أ) { ٤ } ب) { -٢ } ج) { ٤ ، -٢ } د) { ٣ }

٣) إذا كانت $٢^س = ٤^٢$ فإن س = ...

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٦ د) ٦٤

٤) إذا كانت $\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{س} = \frac{٣}{٢}$ فإن س = ...

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

٥) ٢٠٪ من ١٠ جنيهات = ... جنيه

أ) ٢ ب) ٢,٥ ج) ٥ د) ٢٠

٦) إذا كان س عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو .... = ...

أ) ٣ + س ب) ٣ س ج) ٣ − س د) $\frac{٣}{س}$

٧) $(\sqrt{٥} + ٢)(\sqrt{٥} - ٢)$ = ...

أ) ٥ ب) ٣ ج) ٢ د) ١

٨) إذا كان $أ^٢ - ب^٢ = ١٢$ ، أ + ب = ٣ فإن أ − ب = ...

أ) ٨ ب) ٤ ج) ١٥ د) ٣٦

٩) [١ ، ٥ [∪ { ١ ، ٥ } = ...

أ)] ١ ، ٥] ب) [١ ، ٥ [ج)] ١ ، ٥ [د) [١ ، ٥]

١٠) ح = ...

أ) $ح_+ ∩ ح_-$ ب) ن ∩ ن ج) $ح_+ ∪ ح_-$ د) ن ∪ ن

١١) المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو ....

أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ ب) $٦\sqrt{٣}$ ج) $٢\sqrt{٣}$ د) $-٢\sqrt{٣}$

المراجعة النهائية

السؤال الأول
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

① إذا كان: (أ + ٥، ب) = (٨ ، ٣) فإن أ + ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (ج) ٥ (د) ٦

② إذا كان: ($٣^{س}$ ، $ص^{٣}$) = (٢٧، ٨) فإن: (س ، ص) = ...

(أ) (٢، ٢) (ب) (-١ ، ٣) (ج) (٣، ٢) (د) (-٣، ٢)

③ إذا كان ن(س) = ٣ ، ن(ص) = ٢ فإن ن(س × ص) = ...

(أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ٢

④ إذا كان ن(س × ص) = ١٢ ، ن(ص) = ٤ فإن ن(س) = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٤٨

⑤ إذا كان س = {٣} فإن $س^{٢}$ = ...

(أ) ٩ (ب) (٣،٣) (ج) {(٣،٣)} (د) ٣

⑥ النقطة (٣ ، -٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (ج) الثالث (د) الرابع

⑦ إذا كانت النقطة (س -٣، ٥ - س) حيث س ∈ ص تقع في الربع الأول فإن س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٨

⑧ إذا كانت النقطة (٥، ب - ٣) تقع على محور السينات فإن: ب = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

⑨ إذا كانت النقطة (٣ - س ، س - ١) تقع في الربع الرابع حيث س ∈ ص فإن: س = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢

⑩ إذا كان (س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣) فإن $\sqrt{س + ص^{٢}}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٨ (ج) ٢٥ (د) ٤

⑪ إذا كانت: س = {٥} فإن ن($س^{٢}$) = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ٢٥ (د) {(٥،٥)}

(١٢) إذا كان (٣ ، ٥) ∈ { ٣ ، ٦ } × {س، ٨ } فإن س = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

(١٣) إذا كان س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن $س^٢$ = ...

(أ) {(٢،٢)} (ب) {(٣ ، ٣)} (ج) ٤ (د) ٩

(١٤) إذا كان : (س-ص)×ص={(١،٢)،(١،٣)} ، ن(س × ص) = ٦، فإن : س = ...

(أ) {١} (ب) {١ ، ٢} (ج) {١،٣،٦} (د) {١،٣،٢}

(١٥) إذا كان : ن(س) = ٣ ، ص= {٤ ، ٥} فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

(١٦) إذا كانت النقطة (٥ ، ب - ٧) تقع على محور س فإن ب = ...

(أ) صفر (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٨

(١٧) إذا كانت س = {٥ ، ٦ ، ٧} فإن ن ($س^٢$) = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٩

(١٨) الدالة د : د(س) = $س^٢$ - (س - ٢) من الدرجة ....

(أ) الصفرية (ب) الأولي (ج) الثانية (د) الثالثة

(١٩) إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مجال الدالة د هو ....

(أ) س (ب) ص (ج) س × ص (د) ص × س

(٢٠) إذا كانت : د (س) = $س^٢$ ، فإن : د (٣) + د (-٣) = ...

(أ) صفر (ب) ٩ (ج) ١٨ (د) ٦

(٢١) إذا كانت : د (س) = ٣ ، فإن : د (٣) + د (-٣) = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ٩

(٢٢) إذا كان د(س) = ٣س - ٢ فإن د (٢) = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٣ (د) ٩

(٢٣) إذا كانت د (س) = ٢ س + ب ، د (٣) = صفر ، فإن : ب = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) ٦ (د) -٦

(٢٤) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٣س − م يقطع محور السينات في النقطة (٣ ، ب) فإن: م + ب = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (ج) ٩ (د) −٦

(٢٥) إذا كانت النقطة (م ، م) ∈ بيان الدالة د حيث د(س) = ٤س − ٦ فإن: م = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

(٢٦) إذا كانت د (س) = ٤س + ب ، د (٢) = ١٠ فإن ب = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ١٣ (د) ١٨

(٢٧) إذا كانت د(س + ٣) = س − ٣ فإن: د (٧) = ...

(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٧ (د) ١٠

(٢٨) إذا كانت د(س) = (٢م − ٢)$س^٣$ + ٣$س^٢$ + س + ٢ دالة كثير حدود من الدرجة الثانية فإن: م = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) صفر

(٢٩) إذا كانت النقطة (م ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د: ح ← ح حيث د(س) = ٤س − ٥ فإن م = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) −١

(٣٠) إذا كانت ٣م = ٤ب فإن م : ب = ...

(أ) ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ (ج) ٢ : ٣ (د) ٤ : ١

(٣١) الرابع المتناسب للكميات ٣ ، ٦ ، ٦ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٢

(٣٢) إذا كان: $\frac{م}{ب} = \frac{٥}{٣}$ ، فإن: $\frac{٣م}{٥ب}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (ج) ١٥ (د) $\frac{٥}{٣}$

(٣٣) إذا كانت ٢ ، ٦ ، س ، ١٥ متناسبة فإن س = ...

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ٩

(٣٤) إذا كان $\frac{م}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن $(٣م − ٢ب − ١)^٤$ = ...

(أ) −١ (ب) ١ (ج) ٥ (د) ٦

(٣٥) الوسط المتناسب بين ٤ ، ٩ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ±٣ (د) ±٦

(٣٦) إذا كانت ٢ ، ٦ ، ٦ ، س + ١٥ متناسبة فإن س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٣٧) الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٩ (د) ١٢

(٣٨) إذا كانت : ٤ ، ٦ ، ص كميات متناسبة ، فإن : ص = ...

(أ) ١٠ (ب) ٩ (جـ) ٢ (د) ٢٤

(٣٩) إذا كانت : س ، ص ، ع كميات متناسبة فإن : $\frac{س}{ع}$ = ...

(أ) $\frac{ع^٢}{ص^٢}$ (ب) $\frac{ص^٢}{ع^٢}$ (جـ) $\frac{ص^٢}{س^٢}$ (د) $(صع)^٢$

(٤٠) إذا كانت : ٤$س^٢$ = ٩$ص^٢$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ± $\frac{٣}{٢}$ (د) ± $\frac{٢}{٣}$

(٤١) العدد الذى إذا أضيف لكل من الأعداد ١ ، ٣ ، ٦ تصبح فى تناسب متسلسل هو............

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

(٤٢) إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن : $\frac{ب - أ}{ب + أ}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

(٤٣) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٣}{٥}$ فإن أ : ب : جـ = ...

(أ) ٢ : ٣ : ٥ (ب) ٢ : ٩ : ٥ (جـ) ٦ : ٩ : ١٠ (د) ١٠ : ٩ : ٦

(٤٤) إذا كان $\frac{س}{٦} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٤} = \frac{٢ص + ع}{٢ل}$ فإن ل = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١١ (د) ١٤

(٤٥) إذا كانت : أ ، س ، ب ، ٢ س كميات متناسبة ، فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٤

(٤٦) الوسط المتناسب الموجبين ٣ أ $ب^٢$ ، ٢٧ $أ^٣$ $ب^٢$ هو ....

(أ) ٣ أ ب (ب) ٣ أ $ب^٢$ (جـ) ٩أ ب (د) ٩ $أ^٢$ $ب^٢$

(٤٧) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د}$ = ٢ فإن: $\frac{أ}{د}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٤٨ إذا كانت: ص $\propto$ س وكانت ص = ١ عندما س = ٣ فإن: ص = ... عندما س = ٦

(أ) ١٨ (ب) ٦ (ج) ٢ (د) ١

٤٩ العلاقة التى تمثل تغير طردى بين متغيرين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٢ (ج) $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$

٥٠ إذا كانت ص تتناسب عكسيا مع س وكانت ص = ٢ عندما س = ١ فإن ص = $\frac{......}{س}$

(أ) ٤ (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٢

٥١ إذا كانت: $ص^٢ + ٤س^٢ = ٤س ص$ فإن: ص $\propto$ ......

(أ) س (ب) $س^٢$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

٥٢ إذا كان: ٤ س ص = ٣ فإن: ص $\propto$ ....

(أ) س (ب) $س^٢$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

٥٣ إذا كانت: ص $\propto$ $س^٢$ ، كانت ص = ١ عندما س = ٢ فإن: ثابت التناسب =

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥٤ إذا كانت: ص تتغير عكسيا مع س ، كانت س = $\sqrt{٥}$ عندما ص = $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ فإن ثابت التناسب = ...

(أ) ٣ (ب) $\sqrt{٥}$ (ج) ٥ (د) ١٥

٥٥ أبسط وأسهل مقياس للتشتت هو ....

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (ج) الوسيط (د) المنوال

٥٦ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

(أ) المدى (ب) الوسط الحسابى (ج) المنوال (د) الانحراف المعيارى

٥٧ المدى لمجموعة القيم: ١٤ ، ٤ ، ٢١ ، ١٦ ، ١٢ يساوى ....

(أ) ٢١ (ب) ٤ (ج) ١٧ (د) ١٤

٥٨ إذا كان: مجـ $(س - \bar{س})^٢ = ٣٦$ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩ فإن: σ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١٨ (د) ٢٧

٥٩ إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن: ....

(أ) $\bar{س} = ٠$ (ب) $\sigma = ٠$ (ج) $س - \bar{س} > ٠$ (د) $س - \bar{س} < ٠$

٦٠ مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمي ....

أ مجال الدالة | ب المجال المقابل | ج مدى الدالة | د قاعدة الدالة

٦١ إذا كانت النقطة (٢ ، ٥) هى رأس منحنى الدالة التربيعية د فإن معادلة خط التماثل هى ......

أ س = ٢ | ب س = ٥ | ج ص = ٢ | د ص = ٥

٦٢ إذا كان : س = {٣} فإن : $س^٢$ = ...

أ ٩ | ب (٣،٣) | ج {٩} | د {(٣،٣)}

٦٣ إذا كان : س = {٣} فإن : ن($س^٢$) = ...

أ ١ | ب ٣ | ج ٩ | د {(٣،٣)}

٦٤ إذا كانت د(س) = ٢س + ٥ ، ر(س) = س − ٦ فإن: د(٢)+٣ر(٣) = ...

أ صفر | ب ١ | ج ٩ | د ١١

٦٥ نقطة رأس المنحنى للدالة د(س) = $س^٢$ − ٤س + ٤ هى ....

أ (٠،٢) | ب (٤،٤) | ج (٠،٤) | د (٢،٠)

٦٦ معادلة محور التماثل للدالة د(س) = $س^٢$+٦س هى س = ...

أ ٣ | ب −٣ | ج ٦ | د −٦

٦٧ **إذا كان** : ٣أ = $\frac{٥}{٦}$ ب فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

أ $\frac{١٨}{٥}$ | ب $\frac{١٥}{٦}$ | ج $\frac{٦}{١٥}$ | د $\frac{٥}{١٨}$

٦٨ **إذا كان** : ٢ س = ٧ ص فإن : $(\frac{س}{ص})^{-١}$ = ...

أ $\frac{٢}{٧}$ | ب $\frac{٧}{٢}$ | ج ٧ | د ٢

٦٩ **إذا كان الانحراف المعيارى لمجموعة من القيم = ٢ وعدد هذه القيم ١٠ فإن مجـ $(س - \bar{س})^٢$ =** ....

أ ٢٠ | ب ٣٠ | ج ٤٠ | د ٥٠

٧٠ إذا كانت: $س^٢ص^٢$+س ص + $\frac{١}{٤}$ = ٠ فإن: ص ∝ ...

أ س | ب $س^٢$ | ج $\frac{١}{س}$ | د $\frac{١}{س^٢}$

٧١ .... هو الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى

أ **المدى** | ب **الانحراف المعيارى** | ج **المنوال** | د **الوسط الحسابى**

السؤال الثاني الأسئلة المقالية

① إذا كانت: س = {٠، ١، ٢} ، ص = {٠، ١، ٨، ٩، ٤}
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب
تعنى أن ($أ^٢$ = ب) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى هل ع
دالة ام لا ؟ و لماذا ؟

الحل

بيان ع = { (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) }

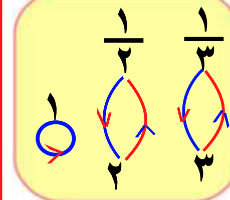
ع دالة

لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

② إذا كانت: س = { $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٣ }
وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب
تعنى أن " أ معكوس ضربى للعدد ب " لكل أ، ب ∈ س
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى هل ع
دالة ام لا ؟ و لماذا ؟ وإذا كانت دالة أوجد مداها

الحل

بيان ع = { ($\frac{١}{٣}$ ، ٣) ، ($\frac{١}{٢}$ ، ٢) ، (١ ، ١) ،
(٢ ، $\frac{١}{٢}$) ، (٣ ، $\frac{١}{٣}$) }



ع دالة

لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

المدى = { $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

③ إذا كانت: س = {-١، ١، ٢} ، ص = {٢، ٤، ٦، ٨}
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب
تعنى أن (ب = ٢أ + ٤) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى هل ع
دالة ام لا ؟ و لماذا ؟

الحل

بيان ع = { (-١ ، ٢) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٨) }

ع دالة

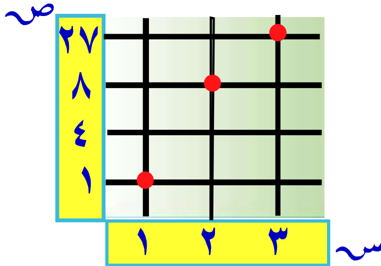
لان كل عنصر من عناصر س
ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

④ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ }
، ص = {١، ٤ ، ٨ ، ك} وكانت ع دالة من
س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " $أ^٣$ = ب "
لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
① أوجد قيمة ك ② أكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى

الحل

ك = ٢٧

بيان ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٨) ، (٣ ، ٢٧) }



⑤ إذا كانت : د(س) = $س^٢$ ـ ٣ س ، ر(س) = س - ٣
أوجد د($\sqrt{٢}$) + ٣ ر($\sqrt{٢}$)
أثبت أن : د(٣) = ر(٣) = صفر

الحل

د($\sqrt{٢}$) = ٢ - ٣ $\sqrt{٢}$ ر($\sqrt{٢}$) = $\sqrt{٢}$ - ٣

د($\sqrt{٢}$) + ٣ر($\sqrt{٢}$) = ٢ ـ ٣ $\sqrt{٢}$ + ٣ $\sqrt{٢}$ - ٩ = -٧

د(٣) = $(٣)^٢$ ـ ٣ × ٣ = ٩ ـ ٩ = ٠

ر(٣) = ٣ ـ ٣ = ٠ د(٣) = ر(٣) = صفر

⑥ إذا كان س = {١، ٢}، ص = {٣، ٧}، ع = {٣}
فأوجد ① س × ع ② (ص ∩ ع) × س ③ ن(ص٢)

الحل

① س × ع = {(١، ٣)، (٢، ٣)}

② (ص ∩ ع) × س = {٣} × {١، ٢}
= {(٣، ١)، (٣، ٢)}

③ ن(ص٢) = ٤

⑦ إذا كان: س × ص = {(٢، ٢)، (٢، ٥)، (٢، ٧)}
فأوجد ① ص ② ن(ص٢) ③ ص × س

الحل

① ص = {٢، ٥، ٧}

② ن(ص٢) = ٩

③ ص × س = {(٢، ٢)، (٥، ٢)، (٧، ٢)}

⑧ إذا كان س ⊂ ص، ن(س × ص) = ٦، ٤ ∈ س، (١، ٧) ∈ س × ص
فأوجد س، ص، س × ص

الحل

س = {١، ٤}، ص = {١، ٤، ٧}

س × ص = {(١، ١)، (١، ٤)، (١، ٧)، (٤، ١)، (٤، ٤)، (٤، ٧)}

⑨ إذا كان س = {٤، ٥، ٧} وكانت ع دالة على س، بيان ع = {(أ، ٥)، (ب، ٥)، (٤، ٧)}
فأوجد قيمة ٣أ + ٣ب

الحل

أ + ب = ٥ + ٧ = ١٢

٣أ + ٣ب = ٣(أ + ب) = ٣ × ١٢ = ٣٦

⑩ إذا كان بيان الدالة د = {(١، ٣)، (٢، ٥)، (٣، ٧)، (٤، ٩)، (٥، ١١)}.
① اكتب كلا من مجال ومدى الدالة د.
② اكتب قاعدة الدالة د.

الحل

مجال الدالة = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}.

المدى = {٣، ٥، ٧، ٩، ١١}.

قاعدة الدالة د = ٢س + ١

⑪ إذا كان: د(س) = ٢س + ب، ر(س) = ب
حيث د، ر من دوال كثيرات الحدود وكان
د(١) + ر(٤) = ١٢ فأوجد قيمة: د(٤) + ر(−١)

الحل

د(١) + ر(٤) = ١٢
٢ × ١ + ب + ب = ١٢
٢ + ٢ب = ١٢
٢ب = ١٢ − ٢
٢ب = ١٠ ⇐ ب = ٥

د(٤) + ر(−١) =
٢ × ٤ + ٥ + ٥ = ١٨

⑫ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د: ع ⟵ ع حيث
د(س) = ٦س − أ يقطع محور الصادات في
النقطة (ب، ٣) أوجد قيمة: ٢أ + ٧ب

الحل

∵ المستقيم يقطع محور الصادات ∴ ب = صفر

(٠، ٣) ∈ للمستقيم

∴ ٦ × ٠ − أ = ٣

−أ = ٣ ⇐ أ = −٣

٢أ + ٧ب =
٢ × (−٣) + ٧ × ٠ = −٦

(١٣) مثل بيانياً كلاً من الدوال الآتية ومن الرسم استنتج إحداثى رأس المنحنى و معادلة محور التماثل و القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

① د(س) = س^{٢} + ٢ س + ١ متخذاً س ∈ [-٤ ، ٢]

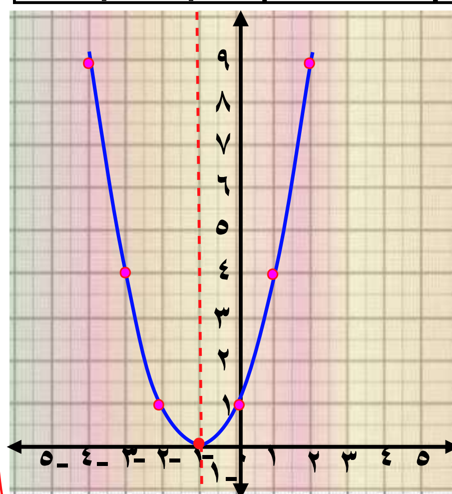
② د(س) = ٢ - س^{٢} متخذاً س ∈ [-٣ ، ٣]

③ د(س) = (س - ٣)^{٢} متخذاً س ∈ [٠ ، ٦]

الحـــل

① د(س) = س^{٢} + ٢ س + ١

س	٢	١	٠	-١	-٢	-٣	-٤
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



نقطة رأس المنحنى

(-١ ، ٠)

معادلة محور التماثل

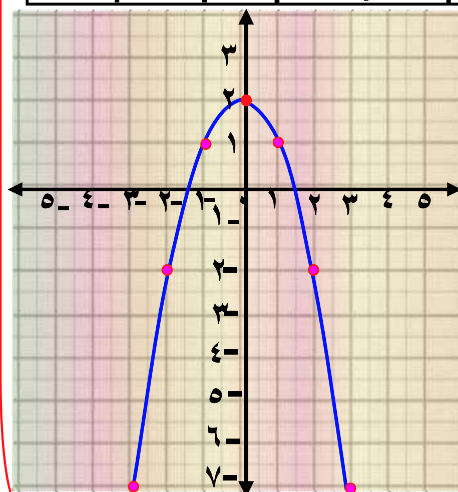
س = -١

القيمة الصغرى هى

ص = صفر

② د(س) = ٢ - س^{٢}

س	٣	٢	١	٠	-١	-٢	-٣
ص	-٧	-٢	١	٢	١	-٢	-٧



نقطة رأس المنحنى

(٠ ، ٢)

معادلة محور التماثل

س = ٠

القيمة العظمى هى

ص = ٢

الحـــل

③ د(س) = (س - ٣)^{٢}

س		٥	٤	٣	٢	١	٠
ص	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

نقطة رأس المنحنى

(٣ ، ٠)

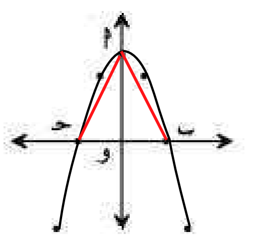
معادلة محور التماثل

س = ٣

القيمة الصغرى هى

ص = صفر

(١٤) الشكل المقابل يمثل منحني الدالة د حيث د(س) = م - س^{٢} ، إذا كان ﺃ و = ٤ وحدات



أوجد :

① قيمة م

② إحداثي كل من ب ، حـ

③ مساحة Δ ﺃ ب حـ

الحـــل

ﺃ و = ٤ وحدات ⟸ ﺃ (٠ ، ٤)

د(س) = م - س^{٢} ⟸

م - (٠)^{٢} = ٤ ⟸ م = ٤

ب (س ، ٠) ⟸

د(س) = ٤ - س^{٢}

٤ - س^{٢} = ٠ ⟸ س^{٢} = ٤

س = ± ٢

ب (٢ ، ٠) ، حـ (-٢ ، ٠)

مساحة Δ ﺃ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٤ = ٨

(١٥) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٢ : ٥ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد = س

$\frac{٢ + س}{٥ + س} = \frac{٢}{٣}$ ⟸ ٦+٣س = ١٠+٢س

٣س – ٢س = ١٠ – ٦

س = ٤ ∴ العدد = ٤

(١٦) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحل

نفرض أن العدد س ، مربعه $س^٢$

∴ $\frac{س^٢ + ٧}{س^٢ + ١١} = \frac{٤}{٥}$

٥ $س^٢$ + ٣٥ = ٤ $س^٢$ + ٤٤

٥ $س^٢$ – ٤ $س^٢$ = ٤٤ – ٣٥

$س^٢$ = ٩

س = ± ٣ ∴ العدد هو ٣

(١٧) عددان صحيحان موجبان النسبة بينهما ٣ : ٧ وإذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ فما هما العددان ؟

الحل

نفرض أن : العددان ٣س ، ٧س

$\frac{٣س - ٥}{٧س - ٥} = \frac{١}{٣}$

٩س – ١٥ = ٧س – ٥

٩س – ٧س = –٥ + ١٥

٢س = ١٠ ⟸ س = ٥

العدد الأول = ٣ س = ٣ × ٥ = ١٥

العدد الثانى = ٧ س = ٧ × ٥ = ٣٥

(١٨) إذا كان س : ص = ٤ : ٥ أوجد ٢ س – ص : س + ٣ ص

الحل

∵ $\frac{س}{ص} = \frac{٤}{٥}$ ⟸ س = ٤ م ، ص = ٥ م

∴ $\frac{٢ س - ص}{س + ٣ ص} = \frac{٨ م - ٥ م}{٤ م + ١٥ م} = \frac{٣ م}{١٩ م} = \frac{٣}{١٩}$

(١٩) إذا كانت: ٣ أ = ٢ ب أوجد قيمة: $\frac{٣ أ - ب}{٢ أ + ب}$

الحل

∵ ٣ أ = ٢ ب

⟸ $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$

⟸ أ = ٢ م

ب = ٣ م

∴ $\frac{٣ أ - ب}{٢ أ + ب} = \frac{٦ م - ٣ م}{٤ م + ٣ م} = \frac{٣ م}{٧ م} = \frac{٣}{٧}$

(٢٠) إذا كان $\frac{س + ص}{٣ ص - س} = \frac{٢}{٣}$ أوجد $\frac{س}{ص}$

الحل

$\frac{س + ص}{٣ ص - س} = \frac{٢}{٣}$ ⟸

٣ س + ٣ ص = ٦ ص – ٢ س

٣ س + ٢ س = ٦ ص – ٣ ص

٥ س = ٣ ص ⟸ $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$

(٢١) إذا كان: $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤}$: أثبت أن: $\frac{٢ س - ص + ٥ ع}{٣ ص - س} = ٣$

الحل

$\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤} = م$

س = ٢ م

ص = ٣ م

ع = ٤ م

∴ $\frac{٢ س - ص + ٥ ع}{٣ ص - س} = \frac{٤ م - ٣ م + ٢٠ م}{٩ م - ٢ م} = \frac{٢١ م}{٧ م} = ٣$

(٢٢) إذا كان: $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٣س}$

أوجد قيمة س

الحل

$\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٣س}$

بضرب الاولى ×٢ و الثانية ×-١ و الثالثة ×٥ ثم بالجمع

$\frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٤ - ٣ + ٢٠}$ = كل النسب

$\frac{٢أ - ب + ٥جـ}{٢١}$ = كل النسب ⟸ ٣س = ٢١

س = ٧

(٢٣) إذا كان ٢أ = ٣ب = ٣جـ

أوجد قيمة $\frac{٦أ + ب + جـ}{٢أ + ٦ب + ٦جـ}$

الحل

$\frac{٢أ}{٦} = \frac{٣ب}{٦} = \frac{٣جـ}{٦}$ ÷ ٦

$\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٢} = \frac{جـ}{٢} = م$

أ = ٣ م

ب = ٢ م

جـ = ٢ م

∴ $\frac{٦أ + ب + جـ}{٢أ + ٦ب + ٦جـ} = \frac{١٨م + ٢م + ٢م}{٦م + ١٢م + ١٢م} = \frac{٢٢م}{٣٠م} = \frac{١١}{١٥}$

(٢٤) إذا كان ٤ س^٢ + ٩ ص^٢ = ١٢ س ص

أوجد س : ص

الحل

٤ س^٢ − ١٢ س ص + ٩ ص^٢ = ٠

(٢س − ٣ ص)(٢س − ٣ ص) = ٠

٢س − ٣ ص = ٠

٢ س = ٣ ص ⟸ $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢}$

(٢٥) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{١}{٩}$

وكان أ + ب + جـ = ٢٦ أوجد كلًا من أ، ب ، جـ

الحل

∵ أ = م ، ب = ٣ م ، جـ = ٩ م

∵ أ + ب + جـ = ٢٦

م + ٣م + ٩م = ٢٦

١٣ م = ٢٦ ⟸ م = ٢

⟸ أ = ٢ ، ب = ٦ ، جـ = ١٨

(٢٦) إذا كان: $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن:

$\frac{٢ص - ع}{٣س - ٢ص + ع} = \frac{١}{٢}$

الحل

$\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥} = م$

س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\frac{٨م - ٥م}{٩م - ٨م + ٥م}$

= $\frac{٣م}{٦م} = \frac{١}{٢}$ = الأيسر

(٢٧) إذا كان: $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ فأثبت أن:

$\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢}$ = ٢س + ص

الحل

$\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥} = م$

س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢}$

= $\sqrt{٣ \times ٩م^٢ + ٣ \times ١٦م^٢ + ٢٥م^٢}$

= $\sqrt{٢٧م^٢ + ٤٨م^٢ + ٢٥م^٢} = \sqrt{١٠٠م^٢}$ = ١٠ م

الأيسر = ٢س + ص

= ٢ × ٣ م + ٤ م = ٦ م + ٤ م = ١٠ م

الأيمن = الأيسر

(٢٨) أوجد العدد الذى إذا أضيف الى كل من الأعداد ١ ، ٥ ، ٢ ، ٧ فإنها تكون متناسبة

الحل

نفرض العدد = س ⟸ $\frac{\text{س}+١}{\text{س}+٥} = \frac{٢+\text{س}}{٧+\text{س}}$

$٧ + ٧\text{س} + \text{س} + \text{س}^٢ = ١٠ + ٥\text{س} + ٢\text{س} + \text{س}^٢$

$٨\text{س} - ٧\text{س} = ١٠ - ٧$

س = ٣ ∴ العدد = ٣

(٢٩) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كل من الأعداد ١ ، ٤ ، ١٠ فإنها تكون في تناسباً متسلسلاً

الحل

نفرض أن العدد هو س

∴ الأعداد هي س + ١ ، س + ٤ ، س + ١٠

∴ $\frac{\text{س}+١}{\text{س}+٤} = \frac{\text{س}+٤}{\text{س}+١٠}$

$\text{س}^٢ + ٤\text{س} + ٤\text{س} + ١٦ = \text{س}^٢ + ١٠\text{س} + \text{س} + ١٠$

$٨\text{س} - ١١\text{س} = ١٠ - ١٦$

$-٣\text{س} = -٦$ ⟸ س = ٢ ∴ العدد = ٢

(٣٠) اذا كان : $\frac{\text{س}}{٢\text{ب}+\text{جـ}} = \frac{\text{ص}}{٣\text{جـ}-\text{ب}} = \frac{\text{ع}}{٤\text{ب}+٥\text{جـ}}$

اثبت ان $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٤\text{ص}+\text{ع}} = \frac{٧}{١٧}$

الحل

بضرب الأولى ×١ والثانية × ٢ ثم بالجمع

$\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٢\text{ب}+\text{جـ}+٦\text{جـ}-٢\text{ب}} = \frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٧\text{جـ}}$ = كل النسب ①

بضرب الثانية ×٤ والثالثة ×١ ثم بالجمع

$\frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٢\text{جـ}-٤\text{ب}+٤\text{ب}+٥\text{جـ}} = \frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٧\text{جـ}}$ = كل النسب ②

من ①، ② $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٧\text{جـ}} = \frac{٤\text{ص}+\text{ع}}{١٧\text{جـ}}$

⟸ $\frac{\text{س}+٢\text{ص}}{٤\text{ص}+\text{ع}} = \frac{٧\text{جـ}}{١٧\text{جـ}} = \frac{٧}{١٧}$

(٣١) إذا كان: $\frac{\text{س}+\text{ص}}{٥} = \frac{\text{ص}+\text{ع}}{٨} = \frac{\text{ع}+\text{س}}{٧}$

اثبت أن $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٥}$

الحل

بضرب الثانية × −١ وبجمع النسب الثلاثة

$\frac{\text{س}+\text{ص}-\text{ص}-\text{ع}+\text{ع}+\text{س}}{٥-٨+٧}$ = كل النسب

$\frac{٢\text{س}}{٤} = \frac{\text{س}}{٢}$ = كل النسب ①

بضرب الثالثة × −١ وبجمع النسب الثلاثة

$\frac{\text{س}+\text{ص}+\text{ص}+\text{ع}-\text{ع}-\text{س}}{٥+٨-٧}$ = كل النسب

$\frac{٢\text{ص}}{٦} = \frac{\text{ص}}{٣}$ = كل النسب ②

بضرب الأولى × −١ وبجمع النسب الثلاثة

$\frac{-\text{س}-\text{ص}+\text{ص}+\text{ع}+\text{ع}+\text{س}}{-٥+٨+٧}$ = كل النسب

$\frac{٢\text{ع}}{١٠} = \frac{\text{ع}}{٥}$ = كل النسب ③

من ①، ②، ③ $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٥}$

(٣٢) إذا كان $\frac{\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س}+\text{ص}}{\text{ع}}$

اثبت أن كلاً من هذه النسب = ٢ (س+ص≠صفر)

ثم أوجد س : ص : ع

الحل

بجمع النسب الثلاثة

$= \frac{\text{ص}+\text{س}+\text{س}+\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}+\text{ص}+\text{ع}}$

$= \frac{٢\text{س}+٢\text{ص}}{\text{س}+\text{ص}}$

$\frac{٢(\text{س}+\text{ص})}{\text{س}+\text{ص}} = ٢$ = كل النسب

∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = ٢$

س = ٢ص

∵ $\frac{\text{ص}}{\text{س}-\text{ع}} = ٢$

$\frac{\text{ص}}{٢\text{ص}-\text{ع}} = ٢$

ص = ٤ص − ٢ع

٢ع = ٣ص

ع = $\frac{٣}{٢}$ ص

∴ س : ص : ع

٢ص : ص : $\frac{٣}{٢}$ص ×٢

٤ : ٢ : ٣

(٣٣) إذا كان: أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

أثبت أن ① $\frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}+\text{د}}{\text{د}}$ ② $\frac{\text{أ}^2+\text{جـ}^2}{\text{ب}^2+\text{د}^2} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}}$

الحل

∵ أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$ ⟸ أ = ب م ، جـ = د م

① الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب م}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}(\text{م}+1)}{\text{ب}} = \text{م}+1$ ①

الطرف الأيسر $= \frac{\text{جـ}+\text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{د م}+\text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{د}(\text{م}+1)}{\text{د}} = \text{م}+1$ ②

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

② الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ}^2+\text{جـ}^2}{\text{ب}^2+\text{د}^2} = \frac{\text{ب}^2\text{م}^2+\text{د}^2\text{م}^2}{\text{ب}^2+\text{د}^2} = \frac{\text{م}^2(\text{ب}^2+\text{د}^2)}{\text{ب}^2+\text{د}^2} = \text{م}^2$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}} = \frac{\text{ب م}\times\text{د م}}{\text{ب د}} = \text{م}^2$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(٣٤) إذا كان: ٧، س ، $\frac{1}{\text{ص}}$ في تناسب متسلسل

أوجد قيمة $\text{س}^4\text{ص}^2$

الحل

٧، س ، $\frac{1}{\text{ص}}$ في تناسب متسلسل

$\frac{7}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\frac{1}{\text{ص}}}$ ⟸ $\text{س}^2 = \frac{7}{\text{ص}}$

$\text{س}^2\text{ص} = 7$

$\text{س}^4\text{ص}^2 = 49$

(٣٥) إذا كان: ب وسطاً متناسب بين أ ، جـ

أثبت أن: ① $\frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{أ}-\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}+\text{جـ}}$ ② $\frac{\text{أ}^2+\text{ب}^2}{\text{ب}^2+\text{جـ}^2} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

الحل

∵ ب وسطاً متناسب بين أ ، جـ

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$ ⟸ ب = جـ م ، أ = جـ م²

① الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ}-\text{ب}}{\text{أ}-\text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}^2-\text{جـ م}}{\text{جـ م}^2-\text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}(\text{م}-1)}{\text{جـ}(\text{م}^2-1)} = \frac{\text{م}(\text{م}-1)}{(\text{م}-1)(\text{م}+1)} = \frac{\text{م}}{\text{م}+1}$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{ب}}{\text{ب}+\text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م}+\text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ}(\text{م}+1)} = \frac{\text{م}}{\text{م}+1}$

∴ الطرفان متساويان

② الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ}^2+\text{ب}^2}{\text{ب}^2+\text{جـ}^2} = \frac{\text{جـ}^2\text{م}^4+\text{جـ}^2\text{م}^2}{\text{جـ}^2\text{م}^2+\text{جـ}^2} = \frac{\text{جـ}^2\text{م}^2(\text{م}^2+1)}{\text{جـ}^2(\text{م}^2+1)} = \text{م}^2$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}^2}{\text{جـ}} = \text{م}^2$

∴ الطرفان متساويان

(٣٦) إذا كان أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

اثبت أن ① $\frac{\text{ب} + \text{د}}{\text{جـ}^{٢}\,\text{د} + \text{د}^{٣}} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}^{٣}}$

② $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{\text{أ} - \text{د}} = \frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - ٢\text{ب} + \text{جـ}}$

الحل

أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م} \Leftarrow$

جـ = د م

ب = د م²

أ = د م³

① الطرف الأيمن $= \frac{\text{ب} + \text{د}}{\text{جـ}^{٢}\,\text{د} + \text{د}^{٣}}$

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٢} + \text{د}}{\text{د}^{٢}\text{م}^{٢} \times \text{د} + \text{د}^{٣}}$

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٢} + \text{د}}{\text{د}^{٣}\text{م}^{٢} + \text{د}^{٣}}$

$= \frac{\text{د}\,(\text{م}^{٢} + ١)}{\text{د}^{٣}\,(\text{م}^{٢} + ١)}$

$= \frac{١}{\text{د}^{٢}}$

الطرف الأيسر $= \frac{\text{أ}}{\text{جـ}^{٣}}$

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٣}}{\text{د}^{٣}\,\text{م}^{٣}}$

$= \frac{١}{\text{د}^{٢}}$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

② الطرف الأيمن

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٣} + \text{د}\,\text{م}^{٢} + \text{د}\,\text{م}}{\text{د}\,\text{م}^{٣} - \text{د}}$

$= \frac{\text{د}\,\text{م}\,(\text{م}^{٢} + \text{م} + ١)}{\text{د}\,(\text{م}^{٣} - ١)}$

$= \frac{\text{م}\,(\text{م}^{٢} + \text{م} + ١)}{(\text{م} - ١)(\text{م}^{٢} + \text{م} + ١)}$

$= \frac{\text{م}}{\text{م} - ١}$

الطرف الأيسر

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٣} - \text{د}\,\text{م}^{٢}}{\text{د}\,\text{م}^{٣} - ٢\text{د}\,\text{م}^{٢} + \text{د}\,\text{م}}$

$= \frac{\text{د}\,\text{م}^{٢}\,(\text{م} - ١)}{\text{د}\,\text{م}\,(\text{م}^{٢} - ٢\text{م} + ١)}$

$= \frac{\text{م}\,(\text{م} - ١)}{(\text{م} - ١)(\text{م} - ١)}$

$= \frac{\text{م}}{\text{م} - ١}$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

(٣٧) إذا كانت ص تتغير طردياً مع س و كانت ص = ٦ عندما س = ٣ أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٥

الحل

∵ ص ∝ س ⟸ ص = م س

عند ص = ٦ ، س = ٣ ⟸ $\frac{٦}{٣} = \frac{\text{م} \times ٣}{٣}$ ÷ ٣

م = ٢

∴ ص = ٢ س العلاقة بين ص ، س

عند س = ٥ ⟸ ص = ٢ × ٥ = ١٠

(٣٨) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س² وكانت ص = ٩ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

الحل

∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$ ⟸ ص = $\frac{\text{م}}{\text{س}^{٢}}$

عند ص = ٩ ، س = $\frac{٢}{٣}$ ⟸ ٩ = $\frac{\text{م}}{\frac{٤}{٩}}$

م = ٩ × $\frac{٤}{٩}$ = ٤

ص = $\frac{٤}{\text{س}^{٢}}$ العلاقة بين ص ، س

عند س = $\frac{١}{٢}$ ⟸ ص = $\frac{٤}{\frac{١}{٤}}$ = ١٦

(٣٩) س⁴ ص² ـ ١٤ س² ص + ٤٩ = ٠

اثبت أن ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$

الحل

(س² ص ـ ٧) (س² ص ـ ٧) = ٠

س² ص ـ ٧ = ٠

س² ص = ٧ ÷ س²

ص = $\frac{١٢}{\text{س}^{٢}}$ ⟸ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$

(٤٠) اذا كان : $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$ فاثبت ان ص ∝ ع

الحل

$\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$ ⟵

٢١س ع − ص ع = ٧س ص − ص ع

٢١س ع = ٧س ص

ص = $\frac{٢١س ع}{٧س}$ = ٣ع ⟵ ص ∝ ع

(٤١) إذا كانت ص ∝ $\sqrt[3]{س}$ وكانت ص = ٦ عندما س = ٢٧ أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة س عندما ص = ١٦

الحل

ص ∝ $\sqrt[3]{س}$ ⇐ ص = م $\sqrt[3]{س}$

عند س = ٢٧ ، ص = ٦ ⇐ $\frac{٦}{٣} = \frac{م \times ٣}{٣}$ ÷٣

م = ٢

ص = ٢ $\sqrt[3]{س}$ العلاقة بين ص ، س

عندما ص = ١٦ ⇐ ١٦ = ٢ $\sqrt[3]{س}$ ÷ ٢

$\sqrt[3]{س}$ = ٨ ⇐ س = ٥١٢

(٤٢) إذا كانت: ص = أ − ٩ ، ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ حيث أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = ١

الحل

ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ ⇐ ص = $\frac{م}{س^٢}$

ص = أ − ٩

$\frac{م}{س^٢}$ = أ − ٩

$\frac{م}{\frac{٤}{٩}}$ = ١٨ − ٩

م = $\frac{٤}{٩}$ × ٩ = ٤

ص = $\frac{٤}{س^٢}$

عندما س = ١

ص = $\frac{٤}{١}$ = ٤

(٤٣) إذا كانت: ص = ١ + ب ، ب ∝ $\frac{١}{س^٢}$ حيث س = ١ عندما ص = ٥ أوجد ① العلاقة بين ص ، س ② قيمة ص عندما س = ٢

الحل

ب ∝ $\frac{١}{س^٢}$

ب = $\frac{م}{س^٢}$

ص = ١ + ب

ص = ١ + $\frac{م}{س^٢}$

عند س = ١ ، ص = ٥

٥ = ١ + $\frac{م}{١}$ ⇐ م = ٤

ص = ١ + $\frac{٤}{س^٢}$

عندما س = ٢

ص = ١ + $\frac{٤}{٤}$

ص = ٢

٢

(٤٤) من بيانات الجدول المقابل :

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

① بين نوع التغير بين ص ، س
② أوجد ثابت التناسب
③ أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

① نوع التغير بين ص ، س عكسى

② ∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ⇐ ص = $\frac{م}{س}$

عند س = ٢ ، ص = ٦ ⇐ ٦ = $\frac{م}{٢}$

م = ١٢

∴ ثابت التناسب = ١٢

③ ص = $\frac{١٢}{س}$

عندما س = ٣ ⇐ ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

٤٥ أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

الحل :

س	س - $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^2$
١٢	-٤	١٦
١٣	-٣	٩
١٦	٠	٠
١٨	٢	٤
٢١	٥	٢٥
٨٠		٥٤

الوسط الحسابى:

$$\bar{س} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

الانحراف المعيارى :

$$\sigma = \sqrt{\frac{مج\,(س - \bar{س})^2}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٤}{٥}} \simeq ٣,٢٨٦$$

٤٦ الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق

عدد الوحدات	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

الحل :

س	ك	س × ك	$(س - \bar{س})$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})^2$ ك
٠	٣	٠	-٣	٩	٢٧
١	١٦	١٦	-٢	٤	٦٤
٢	١٧	٣٤	-١	١	١٧
٣	٢٥	٧٥	٠	٠	٠
٤	٢٠	٨٠	١	١	٢٠
٥	١٩	٩٥	٢	٤	٧٦
	١٠٠	٣٠٠			٢٠٤

الوسط الحسابى:

$$\bar{س} = \frac{مج\,س \times ك}{مج\,ك} = \frac{٣٠٠}{١٠٠} = ٣$$

الانحراف المعيارى:

$$\sigma = \sqrt{\frac{مج\,(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج\,ك}} = \sqrt{\frac{٢٠٤}{١٠٠}}$$

$$\simeq ١,٤٢٨$$

٤٧ أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري

المجموعات	٠ -	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -
التكرار	٢	٣	١٨	٧	١٠

الحل :

م	س	ك	س × ك	$(س - \bar{س})$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})^2$ ك
٠ -	٥	٢	١٠	-٢٥	٦٢٥	١٢٥٠
١٠ -	١٥	٣	٤٥	-١٥	٢٢٥	٦٧٥
٢٠ -	٢٥	١٨	٤٥٠	-٥	٢٥	٤٥٠
٣٠ -	٣٥	٧	٢٤٥	٥	٢٥	١٧٥
٤٠ -	٤٥	١٠	٤٥٠	١٥	٢٢٥	٢٢٥٠
		٤٠	١٢٠٠			٤٨٠٠

الوسط الحسابى:

$$\bar{س} = \frac{مج\,س \times ك}{مج\,ك} = \frac{١٢٠٠}{٤٠} = ٣٠$$

الانحراف المعيارى :

$$\sigma = \sqrt{\frac{مج\,(س - \bar{س})^2 \times ك}{مج\,ك}}$$

$$= \sqrt{\frac{٤٨٠٠}{٤٠}} \simeq ١٠,٩٥$$

تمارين إضافيه

① إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٥ ، ٧}
أوجد
① س × ص ومثلها بمخطط سهمي
② س^٢ ومثلها بمخطط سهمي
③ ن(ص × س)

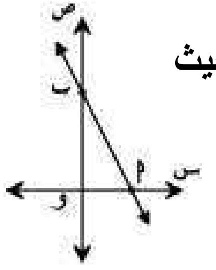
② إذا كانت س = {٥ ، ٤} ، ص = {٢ ، ٥ ، ٣} ، ع = {٤ ، ٧} أوجد
① (س ∩ ص) × ع
② (س ∪ ص) × (س ∩ ع)
③ (ع − س) × ص

③ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٤ ، ٧ ، ٩} وكانت ع
س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن "أ = √ب"
لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا؟
وإذا كانت دالة أوجد مداها

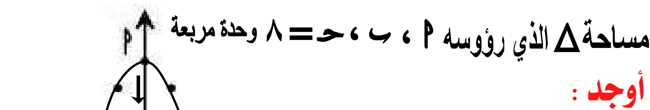
④ إذا كانت س = {١/٣ ، ١/٢ ، ١ ، ٢ ، ٣}
وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب
تعني أن " أ ب = ١ " لكل أ ، ب ∈ س
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا؟
وإذا كانت دالة أوجد مداها

⑤ إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ،
ص = {ص : ص ∈ ط ، ٢ ≤ ص < ٩} وكانت ع
علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن
"ب = أ^٢ + ١" لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص
أكتب بيان ع هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا؟

⑥ الشكل المقابل يمثل الدالة : د حيث
د(س) = ٤ − ٢ س أوجد :
(١) إحداثيي كل من النقطتين أ ، ب
(٢) مساحة سطح △ أ و ب



⑦ مثل بيانيا كل من الدوال الاتيه ، و من الرسم استنتج احداثى راس المنحنى ، و معادلة محور التماثل ، و القيمة العظمى أو الصغرى للدالة حيث س
(١) د (س) = س^٢ − ٢ س متخذا س ∈ [−٢ ، ٤]
(٢) د (س) = س(س − ٢) − ٣ متخذا س ∈ [−٢ ، ٤]



⑧ الشكل المقابل يمثل منحني الدالة التربيعية د
حيث د(س) = ٤ − ك س^٢ ، ك ثابت ≠ صفر
مساحة △ الذي رؤوسه أ ، ب ، حـ = ٨ وحدة مربعة
أوجد :
① معادلة محور التماثل ، القيمة العظمى للدالة د
② إحداثيي نقطة ب
③ قيمة ك

⑨ إذا كان منحنى الدالة د : حيث د(س) = م − س^٢
يقطع محور السينات في النقطة (−٢ ، ب)
أوجد قيمة : م^٢ + ٢ م

⑩ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

⑪ أوجد العدد الذى إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدى النسبة ٤٩ : ٦٩ أصبحت ٢ : ٣

⑫ إذا كانت س/ص = ٢/٣ أوجد قيمة (٣س + ٢ص)/(٦ص − س)

⑬ اذا كان أ : ب : جـ = ٥ : ٧ : ٣ و كان أ + ب = ٢٧,٦
فأوجد قيمة كل من : أ ، ب ، جـ

(١٤) اذا كان $أ ٢ = ٣ب = ٤جـ$ فأوجد أ : ب : جـ

(١٥) إذا كان: $٣ أ = ٦ ب = ٤ حـ$

أوجد قيمة المقدار $\frac{أ + ب - حـ}{٣ب + حـ - أ}$

(١٦) اذا كان $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{١٢ - ب + ٥جـ}{٣س}$ فأوجد قيمة س

(١٧) إذا كان $\frac{س}{٢أ+ب} = \frac{ص}{٢ب-جـ} = \frac{ع}{٢جـ-أ}$

اثبت أن $\frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - جـ} = \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$

(١٨) إذا كان: $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{ب + حـ}{٦} = \frac{أ + حـ}{٥}$

اثبت أن $\frac{أ}{أ + ب + حـ} = \frac{١}{٧}$

(١٩) إذا كانت ص وسط متناسب بين س ، ع

إثبت أن $\frac{س ع}{ص (ص + ع)} = \frac{س}{س + ص}$

(٢٠) إذا كان $٥أ = ٣ب$ فأوجد قيمة $\frac{٧أ + ٩ ب}{٤أ + ٢ب}$

(٢١) إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، حـ

إثبت أن $\frac{أ - حـ}{ب + حـ} = \frac{ب - حـ}{حـ}$

(٢٢) Ⓐ إذا كان أ، ب ، حـ، ء فى تناسب متسلسل

أثبت أن : $\frac{أ + ب + حـ}{أ - ء} = \frac{أ - ب}{أ - ٢ب + حـ}$

Ⓑ إذا كان أ، ب ، حـ، ء فى تناسب

أثبت أن : $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{حـ^٢}{ء^٢} = \frac{٢أ^٢}{ب^٢}$

(٢٣) إذا كان $\frac{س}{٧} = \frac{ص}{٣}$ إثبت أن

(٢س – ٣ ص)، (س +٢ص) ، ١٠، ٢٦ متناسبة

(٢٤) أوجد العدد الذى إذا أضيف الى كل من الأعداد

٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

(٢٥) إذا كانت أ ∝ ب وكانت أ =٣ عندما ب =٢ فأوجد

العلاقة بين أ ، ب ، قيمة أ عندما ب = $\frac{٢}{٣}$

(٢٦) إذاكانت ص ∝ (س+١)، وكانت ص =٢

عندما س = ٣ أوجد العلاقة بين س، ص

(٢٧) إذا كانت: ص = أ + ٥ ، أ ∝ س

حيث أ = ٦ عندما س = ٢

أوجد ① العلاقة بين ص ، س

② قيمة س عندما ص = ٨

(٢٨) إذا كانت ص = أ + ٧ و كانت أ تتناسب

عكسياً مع مربع س ، أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد

قيمة ص عندما س = ٦

(٢٩) إذا كانت $س^٢ص^٢ - ٨$ س ص $+ ١٦ = ٠$

أثبت أن : ص تتغير عكسياً مع س

(٣٠) أوجد الأنحراف المعيارى للقيم ١٥، ٣٠، ٦، ١٨، ١٦

(٣١) التوزيع التكراري التالي يوضح عدد الأهداف التي سجلت في عدد من مباريات كرة القدم

عدد الأهداف	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد المباريات	١	٤	٦	٩	٥	٣	٢

احسب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري.

(٣٢) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري

المجموعات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –
التكرار	٢	٣	١٨	٧	١٠

الوحدة الأولي

الدوال

١) إذا كان س = { ٣ ، ٤ ، ٥} ، ص= { ٥ ، ٦، ٧، ٩ } وكانت ع علاقة من

س ⟵ ص حيث ﻡ ع ب تعني ب = ٢ﻡ ـ ١ لكل ﻡ ∈ س ، ب ∈ ص أكتب بيان ع

ومثلها بمخطط سهمي وبين أنها دالة واذكر مداها .

---

٢) إذا كان بيان د = { (١، ٣) ، (٢، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١) }

١) أكتب مدي الدالة ومجالها ٢) أكتب قاعدة الدالة

---

٣) إذا كان س = { ١ ، ٢، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٢ ، ٣ } ، ع = { ٧، ٢ } أوجد :

١) (س ∩ ص) × ع ٢) (س – ص) × ع

---

٤) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٦س – ﻡ يقطع

محور الصادات في النقطة (ب ، ٣) أوجد قيمة ٢ ﻡ + ٧ ب

---

٥) (م ، ١٣) ∈ بيان د (س) = ٣س + ٤ أوجد م .

---

٦) إذا كان د (س) = ٤س + ب وكان د (٣) = ١٥ أوجد قيمة ب .

---

٧) إذا كان د (س) = ٢س – ٣ك تقطع محور السينات في النقطة (٦، م – ٢)
فأوجد قيمة م ، ك .

---

٨) إذا كان د (س) = ك ، ر(س) = ٣س +ك حيث د ، ر دوال كثيرات الحدود ،
فإذا كان د(٥) + ر(٣) = ١٥ ، أوجد قيمة ك .

---

٩) مثل بيانياً د (س) = ٤ – $س^٢$ حيث س ∋ [-٣ ، ٣] ومن الرسم إستنتج نقطة
رأس المنحني ومعادلة محور التماثل .

---

١٠) مثل بيانياً د (س) = $س^٢$ + ٢س +١ متخذاً س ∋ [-٤ ، ٢] ومن الرسم
أوجد : ١) إحداثي نقطة رأس المنحني ٢) معادلة محور التماثل
٣) القيمة الصغري للدالة

---

١١) إذا كان س ={ ٢ ، ٣ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ } ، ص = { ٨ ، ٢٧، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٢٧}$ } وكانت ع
علاقة س ⟵ ص حيث ٩ ع ب تعني $٩^{-٣}$ = ب لكل ٩ ∋ س ، ب ∋ ص أكتب بيان
ع ومثلها بمخطط سهمي وبين أنها دالة أذكر مداها .

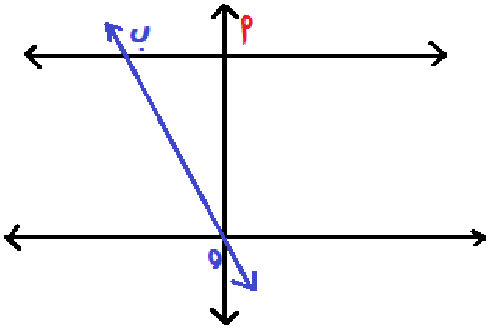
---

١٢) الشكل المقابل يمثل د (س) = ٣

$\overleftrightarrow{\text{ب و}}$ يمثل ر (س) = ن س + ك ،

مساحة △ أ ب جـ

= ٦ وحدة مربعة أوجد قيمة ك ، ن

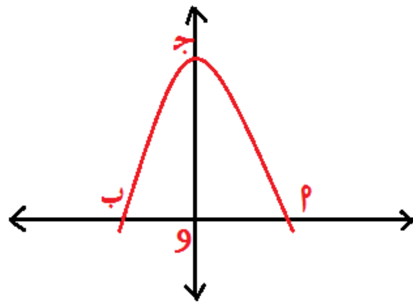


---

١٣) الشكل المقابل يمثل د (س) = ك ـ س^{٢}

وكان وجـ = ٤ وحدات طول أوجد :

١) قيمة ك ٢) مساحة △ المار بالنقط أ ، ب ، جـ

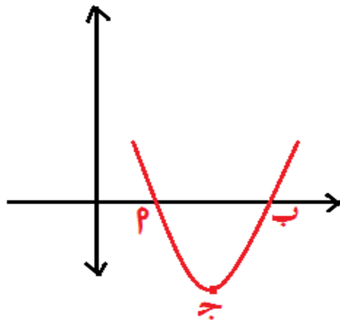


---

١٤) الشكل المقابل يمثل

د (س) = س^{٢} ـ ٦س + ك، أ ب = ٤ وحدات .

أوجد : ١) قيمة ك ٢) مساحة △ أ ب جـ

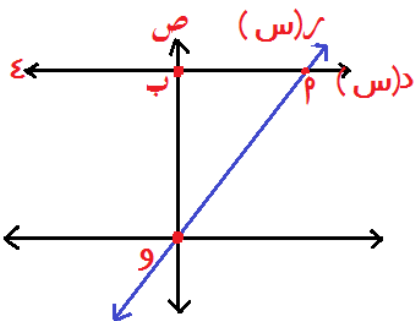


---

١٥) د (س) = ٤ ، ر (س) = ن س + ك

، مساحة △ وأ ب = ٤ وحدة مربعة

أوجد ن ، ك



وحدة التناسب والتغيير

١) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلي حدي النسبة ٣ : ٥ فإنها تصبح ١ : ٢

---

٢) أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلي حدي النسبة ٥ : ١١ فإنها تصبح ٣ : ٥

---

٣) إذا كان ٢ص = ٣س أوجد قيمة $\frac{\text{٣س + ٢ص}}{\text{٦ص - س}}$

---

٤) عددان صحيحان موجبان النسبة بينهما ٣ : ٧ وإذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ فما هما العددان ؟

---

٥) إذا كان س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{\text{ص - س}}{\text{س}} = \frac{\text{ل - ع}}{\text{ع}}$

---

٦) إذا كان ب وسط متناسب بين ٱ ، جـ أثبت أن : $\frac{\text{ٱ − ب}}{\text{ٱ − جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب + جـ}}$

---

٧) إذا كان ٱ ،ب ، جـ ، د كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{\text{ٱ − ب}}{\text{ٱ − جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب + جـ}}$

---

٨) إذا كان ٢ ٩ =٣ ب = ٣ جـ أوجد قيمة : $\frac{٦٩ + ب + جـ}{٤٩ + ٦ ب + ٦ جـ}$

---

٩) إذا كان $\frac{٩}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤}$ أثبت أن : $\frac{٣جـ - ب}{٩ + ب} = \frac{٩}{٥}$

---

١٠) إذا كان $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ أثبت أن : $\sqrt{٣س^٢ + ٣ص^٢ + ع^٢} = ٢ س + ص$

---

١١) إذا كان ٩ ،ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{ب + د}{جـ^٢ + د^٢} = \frac{٩}{جـ^٣}$

---

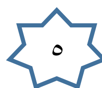
١٢) إذا كان $\frac{٩}{٤ س + ص} = \frac{ب}{س - ٤ص}$ أثبت أن : $\frac{٩ + ب}{٥س - ٣ص} = \frac{٩ - ب}{٣س + ٥ص}$

---

١٣) إذا كان $\frac{٩}{٢س + ص} = \frac{ب}{٣ص - س} = \frac{جـ}{٤س + ٥ص}$ أثبت أن : $\frac{٩ + ٢ب}{٧} = \frac{٤ب + جـ}{١٧}$

---

١٤) إذا كان $\frac{س}{٢٩ + ب} = \frac{ص}{٢ب - جـ} = \frac{ع}{٢جـ - ٩}$ أثبت أن : $\frac{٢س + ص}{٤٩ + ٤ب - جـ} = \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣٩ + ٦ب}$



أ / إبراهيم صابر
٠١٢٠١٤٥٧٤٢٥

١٥) إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، ج أثبت أن :

١) $\frac{\text{أ}^2}{\text{ب}^2} + \frac{\text{ب}^2}{\text{ج}^2} = \frac{\text{٢أ}}{\text{ج}}$

٢) $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{ج}}{\text{أ}^{-1} + \text{ب}^{-1} + \text{ج}^{-1}} = \text{ب}^2$

---

١٦) إذا كان ص ∝ س وكان ص = ٦ عندما س = ٣ أوجد :

١) العلاقة بين س ، ص

٢) قيمة ص عندما س = ٤

---

١٧) إذا كان ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٢ عندما س = ٦ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة س عندما ص = ٣

---

١٨) إذا كان ص تتغير عكسياً مع س^2 وكانت ص = ٩ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

---

١٩) إذا كان س٤ ص٢ – ١٤س٢ ص + ٤٩ = ٠ أثبت أن ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^2}$

---

٢٠) إذا كان $\frac{\text{٢١ س - ص}}{\text{٧ س - ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ أثبت أن : ص ∝ ع

٢١) من بيانات الجدول التالي :

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

ﺃ) بين نوع التغير من حيث كونه طردي أو عكسي

ب) أوجد ثابت التناسب

ج) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

ج) أوجد قيمة س عندما ص = $\frac{٢}{٥}$ ٢

---

٢٢) إذا كان ص = ٣ + ﺃ ، ﺃ $\propto \frac{١}{س}$ وكانت ص = ٥ عندما س = ١ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد ص عندما س = ٢

---

٢٣) إذا كان ص = ﺃ - ٩ ، ﺃ $\propto \frac{١}{س}$ وكان ص $\propto \frac{١}{س^٢}$ وكان ﺃ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ أوجد العلاقة بين س ، ص ثم إستنتج قيمة ص عندما س = ١

---

٢٤) إذا كان ﺃ ،ب ، ج ، د كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{ﺃ ج}{ب د} = \left(\frac{ﺃ - ج}{ب - د}\right)^٢$

---

٢٥) إذا كان $\frac{ص}{س - ع} = \frac{س}{ص} = \frac{س + ص}{ع}$

أثبت أن : كلاً منهذه النسب = ٢ ما لم يكن (س +ص = ٠)

الإحصاء

١) أوجد الإنحراف المعياري للقيم ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ (٢,٨٣)

---

٢) الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لأعمار ١٠ أطفال

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

إحسب الإنحراف المعياري للعمر بالسنوات (١,٧)

---

٣) أوجد الوسط الحسابي والإنحراف المعياري للجدول

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	٢	٢	٤	٢	١	١٠

(١٠,٩٥ ، ٣٥)

٤) أختر :

١) إذا كان $\sum$ (س – س/)٢ = ٢٨ لمجموعة من القيم عددها ٧

فإن س = ... (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

٢) إذا كان جميع المفردات متساوية فإنه............

(س= ٠ ، س/ = ٠ ، س – س/ > ٠)

٣) إذا كان الإنحراف المعياري للقيم ٥ ، س+٢، ٢ص+١ هو صفر

فإن س + ص =...............

(١٠ ، ٥ ، ١٥ ، صفر)

اختر

١) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة يسمي ....

(الوسيط ، الوسط الحسابي ، المدي ، المنوال)

٢) إذا كانت د: دالة حيث د : ح ⟵ ح وكانت د(س)=٣ فإن $\frac{د(٦)}{د(صفر)}$ = ...

(٦ ، ١ ، ٣ ، غيرمعرفة)

٣) أي العلاقات الآتية تمثل علاقة تغير عكس س ، ص

(ص = س ، ص = س٢ ، س ص٢ = ١ ، ص = $\frac{٣}{س}$)

٤) إذا كانت (س+١ ، س – ١) تقع علي محور السينات فإن (س ، ٤ – س) تقع في الربع .... (الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

٥) إذا كانت (٢ ، ٤) إحدي نقط الدالة ر : ح ⟵ ح ، ر (س) =٢س+٤ فإن ٦ا + ٣ب =.......... (١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣)

٦) إذا كانت ٣ ، س ، $\frac{١}{ص}$ كميات متناسبة فإن .... = ٣

(س^{٢}ص ، ص ، س ص ، $\frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$)

٧) إذا كانت د (س) = (ا – ٢)س^{٢} +(ب – ٣)س + ٧ من الدرجة الصفرية فإن ا + ب = ... (٥ ، صفر ، ٧ ، -٥)

٨) إذا كانت د (س) = (ك – ٣)$س^٣$ + ٢$س^م$ + ١ من الدرجة الثانية فإن

ك + م = ... (٥ ، ٣ ، ٢ ، -٥)

٩) إذا كانت س = {٣} فإن $س^٢$ = ... ({٩} ، ٩ ، { (٣،٣) } ، {(٩،٣)})

١٠) إذا كانت س ص = م فإن ص تتغير عكسياً مع ..... (س ، م س ، $\frac{١}{س}$ ، $\frac{م}{س}$)

١١) إذا كانت $س^٢$ص = ك فإن ص تتغير عكسياً مع ..... ($س^٢$ ، $\frac{١}{س^٢}$ ، $\frac{ك}{س^٢}$ ، $\frac{ك}{س}$)

١٢) إذا كانت ص = ٢ س + ٢ فإن ص ∝ ...... (س + ١ ، $\frac{١}{س + ١}$ ، س ، $\frac{١}{س}$)

١٣) الإنحراف المعياري للقيم ٧ ، ٧ ، ٧ = ... (٤٩ ، ٧ ، ٣ ، صفر)

١٤) إذا كان الإنحراف المعياري للقيم ٩ ، ص ، س +١ هو صفر فإن

س ص =....... (صفر ، ٨٩ ، ٧٢ ، ١)

١٥) إذا كان ٱ ، ب مجموعتين وكان ن (ٱ) = ٤ ، ب = { ٤ } فإن :

ن (ٱ × ب) = ... (١٦ ، ٨ ، ٤ ، ٥)

١٦) إذا كانت الكميات ٤ ، س ، س ص متناسبة فإن $\frac{س}{ص}$ = ... (١٦ ، ٤ ، ±٤ ، ٢)

١٧) إذا كانت د ، ر كثيرتي الحدود حيث د من الدرجة الأولي ، ر من الدرجة الثانية فإن ر – د من الدرجة .... (الرابعة ، الثالثة ، الثانية ، الأولي)

١٨) إذا كانت د كثيرة الحدود من الدرجة الصفرية ، ر كثيرة حدود من الدرجة الثالثة فإن ر × د من الدرجة .... (الثالثة ، الصفرية ، الرابعة ، الخامسة)

١٩) العلاقة التي تمثل تغير طردي بين س ، ص هي ....

(س ص = ٧ ، ص = ٢س ، ص =س+٢ ، $\frac{س}{٢} = \frac{٣}{ص}$)

٢٠) الوسط المتناسب بين ٤ ، ٢٥ هو .... (١٠ ، ٢٩، ±٢٩ ، ±١٠)

٢١) إذا كان د : د (س) = ٩ + ب $س^٣$ كثيرة حدود فإن .... = صفر

(٩ + ب ، س ، ب ، د)

٢٢) إذا كان ٤$س^٢$ = ٩$ص^٢$ فإن كثيرة حدود فإن $\frac{س}{ص}$ =.......

($\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ± $\frac{٢}{٣}$ ، ± $\frac{٣}{٢}$)

٢٣) إذا كان ن (س) = ٥ ، ن (س × ص) = ١٥ فإن ن (ص) = (٢٠ ، ١٠ ، ٣ ، ٢)

تمارين

١) إذا كان س ، ٢ ، ٤ ، ٢ص في تناسب متسلسل أوجد قيمة س + ص

---

٢) إذا كان $\frac{٩ + ب}{٥} = \frac{ب + جـ}{٣} = \frac{جـ + ٩}{٦}$ فأثبت أن : $\frac{٩ + ب + جـ}{٩ - جـ} = \frac{٧}{٢}$

---

٣) إذا كان ؟ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل فأثبت أن : $\frac{جـ^{٢} + ؟}{ب} = \frac{د^{٢} + جـ}{د}$

---

٤) إذا كانت الكميات س ، ص ، ع ، ل في تناسب متسلسل فأثبت أن : $\frac{ص}{ل} = \left(\frac{س + ص}{ص + ع}\right)^{٢}$

---

٥) إذا كان ؟ ^{٢} ب ^{٢} + $\frac{١}{٤}$ ، فأثبت أن ؟ تتغير عكسياً مع ب

---

٦) إذا كان ؟ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فأوجد قيمة المقدار ؟ + ب

---

٧) إذا كان ؟ = جـ + ٨ وكان جـ يتناسب عكسياً مع ب حيث جـ = ٢ عندما ب = ٣ ،
فأوجد قيمة ب عندما ؟ = ٣

---

٨) إذا كانت س ={ ٢ ، ٣ ، ٦ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ } وكانت

ر : س ⟵ ص حيث ر (س) = ٩ - س

١) أوجد مجموعة صور عناصر س بالدالة ر

٢) مثلها بمخطط سهمي واذكر مداها

تمارين

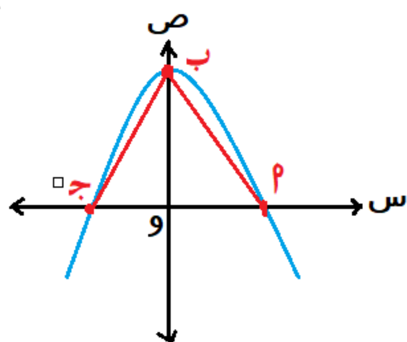
١) إذا كانت د (س) = س٢ – ﻫ س + ٣ نقطة رأس المنحني لها (٢ ، ك)
أوجد ﻫ ، ك

---

٢) إذا كان ﻫ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{ﻫ^{٢} + جـ^{٢}}{ب^{٢} + جـ^{٢}} = \frac{ﻫ\ جـ}{ب\ د}$

---

٣) د (س) = ٩ – س٢ أوجد :



١) إحداثي ﻫ ، جـ
٢) مساحة △ ﻫ ب جـ

---

٤) عددان صحيحان متتاليان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للأول ٧ وطرح من التاني ١٢ صارت النسبة ٥ : ٣ أوجد العددين ؟

---

٥) إذا كان ﻫ ∝ ب أثبت أن $ﻫ^{٢} + ب^{٢} \propto ﻫ^{٢} - ب^{٢}$

---

٦) إذا كان $\frac{ﻫ + ب}{ب} = \frac{جـ + د}{د}$ أثبت أن ﻫ ، ب ، جـ ، د متناسبة

---

٧) إذا كان $\frac{ﻫ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢} + جـ^{٢}}{جـ^{٢}}$ أثبت أن ب وسط متناسب بين ﻫ ، جـ

السؤال الأول : أكمل مكان النقط :

(١) النقطة (ـ ٣ ، ٤) تقع في الربع .... الثاني

(٢) النقطة (٣ ، ٤) تقع في الربع .... الأول

(٣) النقطة (٢ ، ـ ٢) تقع في الربع .... الرابع

(٤) النقطة (ـ ١ ، ـ ٣) تقع في الربع .... الثالث

(٥) إذا كانت النقطة (٥ ، ب ـ ٧) تقع على محور س فإن ب = ٧

(٦) إذا كانت النقطة (س ، ٧) تقع على محور ص فإن ٥س + ١ = ... ١

(٧) إذا كانت النقطة (٣ ـ س ، س ـ ١) تقع في الربع الرابع حيث س ∈ ص فإن : س = ... [٤ ، ٣ ، ٢ ، صفر]

(٨) إذا كانت : النقطة (س ـ ٥ ، ٧ ـ س) تقع في الربع الثاني فإن : س = ... [٧ ، ٥ ، ٣ ، ٩]

(٩) إذا كانت : النقطة (س ـ ٤ ، ٢ ـ س) تقع في الربع الثالث فإن : س = ... [٢ ، ٤ ، ٣ ، ٦]

(١٠) إذا كانت ٢ < صفر ، ب > صفر فإن النقطة التي تقع في الربع الثاني هي [(٢ ، ب) ، (ـ٢ ، ب) ، (٢ ، ـ ب) ، (ـ٢ ، ـ ب)]

(١١) إذا كانت النقطة ($ك^2$ ـ ٤ ، ك) تقع على الجزء السالب من محور ص فإن : ك = ... ـ ٢

(١٢) إذا كان (ل ـ ٣ ، ٣) تقع في الربع الأول فإن ل يمكن أن تساوي .... [ـ ٣ ، ٢ ، ٧ ، صفر]

(١٣) إذا كانت النقطة (٢ ـ ب ، ٥) تقع على محور ص فإن .... [٢ = ب ، ٢ + ب = صفر ، ٢ ≠ ب ، ٢ ـ ب = ٥]

(١٤) إذا كان (س + ٥ ، ٨) = (١ ، ٦ ص + س) فإن ص = ..٢

(١٥) إذا كان ($٣^{س}$ ، $\sqrt{ص}$) = (١ ، ٤) فإن س + ص = ..١٦..

(١٦) إذا كان (س ـ ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣) فإن

(١٧) $\sqrt{س + ٢ص}$ = ...٥....

(١٨) إذا كان (٢ ، ب) = (ـ ٥ ، ٩) فإن ٢ + ب = ...٤...

(١٩) إذا كان (س ـ ٢ ، ٣) = (٥ ، ص + ١) فإن $\sqrt{س + ص}$ =..٣

(٢٠) إذا كان (٢ ، ٣) = (٦ ، ب) فإن ٢ + ب = ...٩....

(٢١) إذا كانت : س ∈ ع فإن النقطة (ـ س ، $\sqrt[3]{س}$) تقع في الربع .... الرابع

(٢٢) إذا كان (س ـ ١ ، ٣) = (١ ، ص + س) فإن ص = ... ١

(٢٣) إذا كان (٥ ، س ـ ١) = (ص + ١ ، ـ ٥) فإن س + ص = ... صفر

(٢٤) إذا كان ن(س) = ٥ ، ن(س×ص) = ١٥ فإن ن(ص) =..٣

(٢٥) إذا كان ن($س^2$) = ٩ فإن ن(س) = ... ٣

(٢٦) إذا كانت س = { ٥ ، ٦ ، ٧} فإن ن($س^2$) = ... ٩

(٢٧) إذا كان س ×ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤)} فإن ن(س) =.. ١

(٢٨) إذا كانت س = {٥} ، ص = {٣} فإن ن(س × ص) = ...١

(٢٩) إذا كان ن(س)= ٣ ، ن(ص) = ٢ فإن ن(س×ص) = ...٦

(٣٠) إذا كان ن(س) = ن(س×ص) فإن ن(ص) =........ ١

(٣١) إذا كان ن(س) = ٢ ، ن(س×ص) = ٦ فإن ن($ص^2$) =..٩

(٣٢) إذا كان ن(س)= ٢ ، ن($ص^2$) = ٩ فإن ن(س×ص) =....٦

(٣٣) إذا كانت س = {٢} ، ص = {٠ ، ٤} فإن ن(س × ص) = ... ٢

(٣٤) إذا كانت س × ص = { (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) } فإن : ن(س) + ن($ص^2$) = ... ١٠

(٣٥) إذا كان ن($س^2$) = ٤ ، ن(س×ص) = ٦ فإن ن(ص)=..٣

(٣٦) إذا كان ($٢^{س}$ ، ٢٧) = (٣٢ ، $ص^3$) فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... $\frac{٥}{٣}$

(٣٧) إذا كان (٣ ، ٥) ∈ { ٣ ، ٦ } × { م ، ٨ } فإن م = ... ٥

(٣٨) إذا كانت س = {١ ، ٢} ، ص = { ٥ ، ٦ } فإن : (٥ ، ١) ∈............ ص × س

(٣٩) إذا كان س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن $س^2$ = ... {(٢،٢)}

(٤٠) إذا كان س = {١} فإن : $س^2$ = ... {(١ ، ١)}

(٤١) إذا كان (١ ، ٤) ∈ { ٢ ، س} × { ١ ، ٤} فإن س= ١

(٤٢) إذا كانت (٢ ، ٥) ∈ س × ص فإن (٥ ، ٢) ∈ ص×س

(٤٣) إذا كانت ص = { صفر} فإن ن($ص^2$) = ... ١

(٤٤) إذا كانت س = {٢} ، ص = {٣} فإن س×ص = {(٢ ، ٣)}

(٤٥) إذا كانت س = {٣} فإن $س^2$ = ... {(٣ ، ٣)}

(٤٦) الدالة د : د(س) = $س^2$ ـ (س ـ ٢) من الدرجة ...... الصفرية

(٤٧) إذا كان د(س) = ٤ س + ب ، د(٣) = ١٥ فإن ب = ... ٣

(٤٨) إذا كانت د(س) = ٣ فإن : د(ـ ٥) ـ د(٥) = ... صفر

(٤٩) إذا كان د(س) = ٢ س + ٣ $جـ^2$ يمر بنقطة الأصل فإن جـ = صفر

(٥٠) إذا كان (م ، ٢) ∈ المستقيم ص = ٣ س ـ ٤ فإن م = ... ٢

(٥١) إذا كان د(س) = ٣س ـ ٢ فإن د(٢) = ...٤......

(٥٢) الدالة د(س) = $س^3$ + ٨ كثيرة حدود من الدرجة .... الثالثة

(٥٣) إذا كانت د(س) = س ـ ٤ يمثلها بيانياً مستقيم يمر بالنقطة (م ، ٢) فإن : م = ..٦..

(٥٤) إذا كانت : د(س) = ٢ $س^2$ فإن د(٣) = ...١٨.......

(٥٥) د(س) = س$(٣س + ٢)^2$ من الدرجة ....الثالثة

(٥٦) الدالة د(س) = ٥س يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة (٠،٠)

(٥٧) إذا كانت د(س) = ك س + ٨ ، د(٢) = صفر فإن ك = ...-٤..

(٥٨) إذا كانت (٢ ، ب) ∋ بيان الدالة حيث د(س) = ٣س ـ ٦ فإن ب = ...صفر...

(٥٩) إذا كان {٢} × {س ، ص} = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٣)} فإن س ـ ص = ...٤ ـ ٣ = ١

(٦٠) إذا كانت د(س) = ٧ فإن د(ـ٣) = ...٧........

(٦١) إذا كانت (٢ ، ـ ٦) ∋ للدالة د(س) = ك س + ٨ فإن ك = ـ٧

(٦٢) إذا كانت د(س) = $س^3$ فإن د(١) + د(ـ١) = ...صفر...

(٦٣) إذا كان المستقيم د(س) = ٢ س ـ م يمر بنقطة الأصل فإن م =..........صفر..........

(٦٤) إذا كانت د(س) = ٣ فإن : $\frac{د(٦)}{د(٠)}$ = ...١.........

(٦٥) إذا كانت (م ، ٤) تقع على المستقيم د(س) = ٢ س + ب فإن : ٦ م + ٣ ب = ... ١٢

(٦٦) الدالة د : د(س) = م $س^2$ + م حيث م ≠ ٠ من الدرجة الثانية

(٦٧) إذا كانت النقطة (٢ ، م ـ ١) تقع على المستقيم الممثل للدالة

(٦٨) د(س) = ٤س ـ ٥ فإن : م= ٤

(٦٩) إذا كانت د(س) = ٤ فإن د(٥) + (ـ٥) = ... ٨

(٧٠) إذا كانت سـ= { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ع دالة على سـ ، بيان ع = {(م ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥) } فإن م + ب = ...٨

(٧١) إذا كان د(س) = ٤ ، ر(س) = ٢ س ـ ١ فإن د(ـ٢) + د(٣) = ...٤ + ٥ = ٩

(٧٢) إذا كانت (م ، م) ∋ بيان الدالة د(س) = ٢ س ـ ٣ فإن م = ..٣

(٧٣) إذا كانت د(س) = ٦س فإن د(٢) + (ـ٢) = ...صفر.......

(٧٤) الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = س + ٧ يمثلها بيانياً يقطع محور سـ في النقطة .... (ـ ٧ ، ٠)

(٧٥) الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة ص = ٢س ـ ١ يمثلها بيانياً يقطع محور صـ في النقطة .... (٠ ، ـ ١)

(٧٦) إذا كانت د(س) = س ـ ٦ وكان $\frac{١}{٣}$ د(م) = ـ ٢ فإن م = ...صفر

(٧٧) إذا كانت د دالة من المجموعة سـ إلى المجموعة صـ فإن مدى الدالة د يكون ⊂ ....صـ...

(٧٨) إذا كانت ٣ م = ٤ ب فإن م : ب = ...٤ : ٣......

(٧٩) الثالث المتناسب للكميات ٣ ، ٤ ، ٨ هو ....٦.......

(٨٠) الوسط المتناسب بين ٤ ، ٩ هو ....± ٦.........

(٨١) إذا كانت ٢ ، ٦ ، س ، ١٥ متناسبة فإن س = ...٥

(٨٢) الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....١٢.......

(٨٣) الرابع المتناسب ٢ ، ٣ ، ٤ هو ....٦.......

(٨٤) الرابع المتناسب ٤ ، ١٢ ، ١٦ هو ....٤٨.......

(٨٥) الثاني المتناسب للأعداد ٢ ، ٨ ، ١٢ هو ......٦....

(٨٦) الثالث المتناسب بين ٥ ، ١٠ هو ٢٠

(٨٧) إذا كانت الكميات ٢ ، ٣ ، ٦ ، س ـ ١ متناسبة فإن س = ...١٠

(٨٨) إذا كان : م ، ٣ ، ب ، ٥ كميات متناسبة فإن $\frac{م}{ب}$ = ... $\frac{٣}{٥}$

(٨٩) إذا كان $\frac{م}{ب}$ = $\frac{جـ}{د}$ = $\frac{هـ}{و}$ = م فإن $\frac{م\ جـ\ هـ}{ب\ د\ و}$ = ... $م^3$

(٩٠) إذا كان : ٢ م = ٣ ب فإن : $\frac{٣\ م}{٢\ ب}$ = ... $\frac{٩}{٤}$

(٩١) الوسط المتناسب بين ٣ $س^2$ ، ٢٧ $س^2$ = ... ± ٩ $س^2$

(٩٢) إذا كانت م ، ب ، ٢ ، ٣ كميات متناسبة فإن $\frac{م}{ب}$ = ... $\frac{٢}{٣}$

(٩٣) إذا كان ١ ، س ، ٤ في تناسب متسلسل فإن س = ... ± ٢

(٩٤) إذا كان $\frac{م}{ب}$ = $\frac{٥}{٣}$ فإن $\frac{٣\ م}{٥\ ب}$ = ... ١

(٩٥) إذا كانت ٢ ، ٦ ، س +١٥ في تناسب فإن س = ... ٣

(٩٦) إذا كانت ١ ، س ، ٩ ، ص في تناسب متسلسل فإن س = ...± ٣ ، ص = ...± ٢٧ ،

(٩٧) إذا كان : ٤$س^2$ ـ ١٢ س ص + ٩$ص^2$ = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ = ... $\frac{٣}{٢}$

(٩٨) إذا كان $\frac{م}{ب}$ = $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{م}{ب}$ = $\frac{٣}{٥}$ فإن م : ب : جـ = ...٦ : ٩ : ١٠

(٩٩) إذا كان $\frac{م}{ب}$ = $\frac{٧}{٢}$ فإن $\frac{م ـ ب}{م + ب}$ = ... $\frac{٥}{٩}$

(١٠٠) إذا كان $\frac{س}{٦} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٤} = \frac{......}{١١} = \frac{٢ ص + ع}{.........}$

(١٠١) إذا كانت ص = ٣ س فإن ص ∝ .... س

(١٠٢) إذا كان س ص – ٧ = ٠ فإن ص ∝ .... $\frac{١}{س}$

(١٠٣) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت س = ١ ، ص = ٤ فإن :
ثابت التناسب = ... $\frac{١}{٤}$

(١٠٤) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ١ ، عندما س = ٤ فإن :
ص = ... عندما س = ٨ ٢

(١٠٥) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٢ عندما س = ٤ فإن :
ص = ... س $\frac{١}{٢}$

(١٠٦) إذا كانت ص تتناسب عكسيا مع س وكانت ص = ٢ عندما
س = ١ فإن ص = $\frac{٢.....}{س}$

(١٠٧) إذا كانت $ص^{٢}$ – ٦ س ص + ٩ $س^{٢}$ = ٠ فإن ص ..... س

(١٠٨) إذا كانت $س^{٢}ص^{٢}$ – ٤س ص + ٤ = ٠ فإن ص .... $\frac{١}{س}$

(١٠٩) إذا كانت ص ∝ س فإن : $\frac{س_{١}}{س_{٢}}$ = ... $\frac{ص_{١}}{ص_{٢}}$

(١١٠) إذا كانت ص ∝ $\frac{١}{س}$ فإن : $\frac{س_{١}}{س_{٢}}$ = ... $\frac{ص_{٢}}{ص_{١}}$

(١١١) إذا كان ص – س = $\frac{١}{س} - \frac{١}{ص}$ فإن ص ∝ .... $\frac{١}{س}$

(١١٢) الوسط الحسابي للقيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو .....٦.....

(١١٣) إذا كان مجـ $(س - \overline{س})$ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها
يساوي ٩ فإن : σ = ...٢.........

(١١٤) من أساليب جمع البيانات أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينات

(١١٥) الفرق بين اكبر قيمة وأصغر قيمة يسمى .... المدى

(١١٦) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن
وسطها الحسابي يسمى .... الانحراف المعياري

(١١٧) المدى للقيم : ٥ ، ١٤ ، ٤ ، ٢١ ، ١٦ ، ١٢ هو ..١٧..

(١١٨) اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائي تسمى بالعينة ......
[العشوائية ، الطبقية ، العمدية ، العنقودية]

(١١٩) من مقاييس التشتت المدى والانحراف المعياري

(١٢٠) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٩ ، ٥ ، ٣ ، ٧ يساوي ٦ فإن
: ٩ = ...٩......

(١٢١) من مقاييس النزعة المركزية المنوال والوسيط والوسط الحسابي

(١٢٢) أبسط مقاييس التشتت ....المدى......

(١٢٣) أكثر مقاييس التشتت انتشارا وأدقها ...... الانحراف المعياري

(١٢٤) المدى للقيم : ٤ ، ١٤ ، ٢٥ ، ٣٤ هو ......٣٠......

(١٢٥) إذا كان ٦٥ هي أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى ٢٩ فإن

(١٢٦) أصغر مفردات هذه المجموعة يساوي ٣٦

(١٢٧) العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين س ، ص هي .....
[س ص = ٥ ، ص = س + ٣ ، $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{ص}$ ، $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$]



(١) إذا كان ف عدداً فإن العدد الفردي التالي له هو .... ف + ٢

(٢)] ٢ ، ٥ [∪ { ٢ ، ٥ } = ... [٢ ، ٥]

(٣) ∅ .... { ١ ، ٢ } ⊂

(٤) $(\sqrt{٥} + ٢)(\sqrt{٥} - ٢)$ = ... ٥ – ٤ = ١

(٥) الحد الجبري ٣ ٩ ب جـ من الدرجة .... الثالثة

(٦) [٢ ، ٧] – { ٢ ، ٧ } = ...] ٢ ، ٧ [

(٧) إذا كان $(٩ - ب)^{٢}$ = ٢٠ ، $٩^{٢} + ب^{٢}$ = ١٠ فإن ٩ ب = ..٥..

(٨) مجموعة حل المعادلة : س – ١ = | – ١ | في ط هي .... {٢}

(٩) مجموعة حل المتباينة : – ١ < س < ٣ في ح هي .....] –١ ، ٣ [

(١٠) $(٢^{٢})^{٣} = (٢)^{......}$ [٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦] ٦

(١١) ربع العدد $٤^{٢٠}$ = ...$٤^{١٩}$ (١٢) نصف العدد $٢^{١٥}$ = ... $٢^{١٥}$

(١٢) $٣^{٤} + ٣^{٤} + ٣^{٤}$ = ... $٣^{٥}$

(١٣) $٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨}$ = ... $٢^{١٠}$

(١٤) سدس العدد $٢^{٧} \times ٣^{٧}$ = ... $٦^{٦}$

(١٥) إذا كان $س^{٢} - ص^{٢}$ = ٢ (س + ص) فإن س – ص = ... ٢

(١٦) إذا كان س + ص = ٥ ، س – ص = ٢ فإن $س^{٢} - ص^{٢}$ = ١٠

(١٧) خمسة أمثال العدد $٥^{٨}$ هو .... $٥ \times ٥^{٨} = ٥^{٩}$

(١٨) العدد الذي يقع بين ٠,٠٧ ، ٠,٠٨ هو ....

(١٩) [٠,٠٠٠٧٥ ، ٠,٠٠٧٥ ، ٠,٠٧٥ ، –٠,٧٥]

(٢٠) مرافق العدد $\sqrt{٣} + \sqrt{٥}$ هو .... $\sqrt{٣} - \sqrt{٥}$

(٢١) إذا كان : $٢^{س} = \frac{١}{٨}$ فإن س = ... –٣

(٢٢) $\sqrt{٢} + \sqrt{٢}$ = ... $٢\sqrt{٢} = \sqrt{٨}$

(٢٣) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢}$ = ... ٢

(٢٤) إذا كان ٩ + ب = ٩ ب = ٥ فإن $٩^{٢}$ ب + ٩ $ب^{٢}$ = ... ٢٥

(٢٥) $\sqrt{٢٥} - \sqrt[٣]{١٢٥}$ = ... ٥ – ٥ = صفر

١ إذا كان (٣س ـ ١ ، ٢٧) = (٥ ، $ص^٣$) أوجد قيمة ٩ ، ب

الحـــــل :

٣ س ـ ١ = ٥ ∴ ٣ س = ٦ ∴ س = ٢

$ص^٣$ = ٢٧ ∴ ص = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣

---

٢ إذا كان : (٣ ـ س ، ص + ٢) = (ـ ٤ ، ٤)

أوجد قيمة : $\sqrt{س + ص}$

الحـــــل :

٣ ـ س = ـ ٤ ∴ ـ س = ـ ٧ ∴ س = ٧

ص + ٢ = ٤ ∴ ص = ٢

∴ $\sqrt{س + ص}$ = $\sqrt{٧ + ٢}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣

---

٣ إذا كان : (س ـ ٢ ، ٣) = (٥ ، ٢ص + ١) أوجد قيمة س ، ص

الحـــــل :

س ـ ٢ = ٥ ∴ س = ٧

٢ ص + ١ = ٣ ∴ ٢ ص = ٢ ∴ ص = ١

---

٤ إذا كان (س ـ ١ ، ٩) = (٤ ، $ص^٣$ + ١) أوجد قيمة س ، ص

الحـــــل :

س ـ ١ = ٤ ∴ س = ٥

$ص^٣$ + ١ = ٩ ∴ $ص^٣$ = ٨ ∴ ص = ٢

---

٥ إذا كان (س ـ ١ ، ٢٩) = (٤ ، $ص^٣$ + ٢) أوجد : س +٢ ص

الحـــــل

....

....

....

---

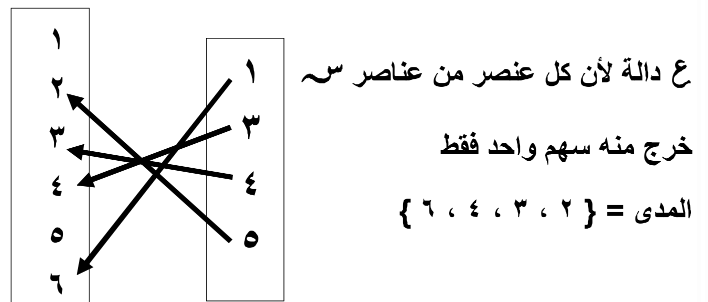
٦ إذا كانت س ={ ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص ={ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث ٩ ع ب تعني أن " ٩ + ب = ٧ " لكل ٩ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . بيّن أن ع دالة . أوجد مداها .

الحـــــل :

بيان ع ={(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ،(٥ ، ٢) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط

المدى ={ ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ }



---

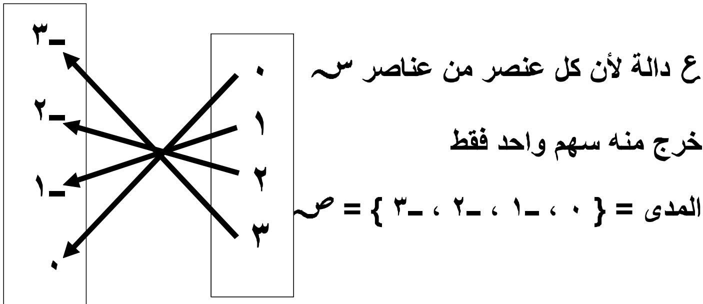
٧ إذا كانت س ={ ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }، ص ={ ـ٣ ، ـ٢ ، ـ١ ، ٠ } وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث ٩ ع ب تعنى أن " ٩ معكوس جمعي لـ ب " لكل ٩ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . بيّن أن ع دالة . أوجد مداها .

الحـــــل :

بيان ع ={(٠ ، ٠) ، (١ ، ـ١) ، (٢ ، ـ٢) ،(٣ ، ـ٣) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط

المدى ={ ٠ ، ـ١ ، ـ٢ ، ـ٣ } = ص



---

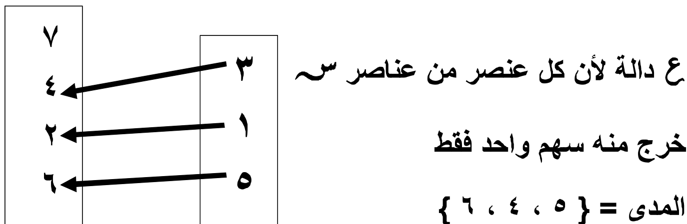
٨ إذا كانت س ={ ٣ ، ١ ، ٥ } ، ص ={ ٧ ، ٤ ، ٢ ، ٦ } وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث ٩ ع ب تعنى أن " ب = ٩ + ١ " لكل ٩ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . بيّن أن ع دالة . أوجد مداها .

الحـــــل :

بيان ع ={(٣ ، ٤) ، (١ ، ٢) ، (٥ ، ٦) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط

المدى ={ ٥ ، ٤ ، ٦ }



---

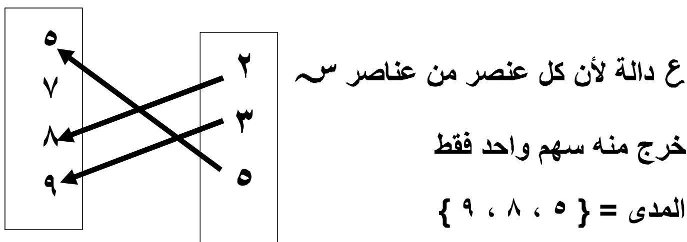
٩ إذا كانت س ={ ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ص ={ ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩} وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث ٩ ع ب تعنى أن " ٩ عامل من عوامل ب " لكل ٩ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . بيّن أن ع دالة . أوجد مداها .

الحـــــل :

بيان ع ={(٢ ، ٨) ، (٣ ، ٩) ، (٥ ، ٥) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط

المدى ={ ٥ ، ٨ ، ٩ }



١٠ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٦ } وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " أ = $\frac{١}{٣}$ ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . بيّن أن ع دالة . أوجد مداها .

الحـــــل :

بيان ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٩) ،(٤ ، ١٢) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط

المدى = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ }

---

١١ إذا كانت س = { ٢ ، ٦ ، ٨ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٩ } وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " أ + ب = عدد فردي" لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . هل ع دالة أم لا .

الحـــــل :

بيان ع = {(٢ ، ٣) ، (٢ ، ٩) ، (٦ ، ٣) ،(٦ ، ٩) ، (٨ ، ٣) ، (٨ ، ٩)}

ع لا تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه أكثر من سهم

---

١٢ إذا كانت س = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٤ } وكانت ع علاقة معرفة على س حيث أ ع ب تعنى أن " أ^{٢} = ب " لكل أ ، ب ∈ س اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي . هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

الحـــــل :

بيان ع = { (-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ،(٢ ، ٤) }

ع ليست دالة لأن العنصر ٤ لم يخرج منه أي سهم

---

١٣ إذا كانت س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)} فأوجد (١) ص (٢) ص × س (٣) ن(ص^{٢})

الحـــــل :

(١) ص = { ١ ، ٣ ، ٥ }

(٢) ص × س = {(١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ١) }

(٣) ن(ص^{٢}) = ٣ × ٣ = ٩

---

١٤ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٦ }
أوجد (١) (ص ∩ س) × ص (٢) ن(ص^{٢})

الحـــــل

(١) (ص ∩ س) × ص = {٣ ، ٥} × { ٣ ، ٥ ، ٦ }

= { (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦)}

(٢) ن(ص^{٢}) = ٣ × ٣ = ٩

---

١٥ إذا كانت س = {٢} ، ص = {٣ ، ٥} ، ع = {٢ ، ٥ ، ٧ }

أوجد (ع - س) × (س ∪ ص)

الحـــــل

(ع - س) × (س ∪ ص) = {٥ ، ٧} × {٢ ، ٣ ، ٥}

= {(٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٢) ، (٧ ، ٣) ، (٧ ، ٥)}

---

١٦ إذا كان س = { ٣ ، ٤ } ، ص = { ٤ ، ٥ } ، ع = { ٦ ، ٥ }

فأوجد (١) س × (ص ∩ ع) (٢)(س - ص) × ع

(٣) (س - ص) × (ص - ع)

الحـــــل

(١) س × (ص ∩ ع) = { ٣ ، ٤ } × {٥}

= {(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) }

(٢)(س - ص) × ع = { ٣ } × { ٦ ، ٥ }

= {(٣ ، ٦) ، (٣ ، ٥) }

(٣) (س - ص) × (ص - ع) = { ٣ } × { ٤ } = {(٣ ، ٤)}

---

١٧ إذا كان س = {١} ، ص = {٢ ، ٣} ، ع = { ٢ ، ٥ ، ٦}

أوجد (١) س × ص (٢) س × (ص ∩ ع)

أجب بنفســــــك

١٨ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = ٦ س ـ م يقطع محور ص في النقطة (ب ، ٣) اوجد قيمة : ٢ م + ٧ ب

الحــــــــل :

∵ المستقيم يقطع محور ص في النقطة (ب ، ٣) ∴ ب = صفر

∴ ٣ = ٦ × ٠ ـ م ∴ م = ـ ٣

∴ ٢ م + ٧ ب = ٢ × ـ ٣ + ٧ × ٠ = ـ ٦

---

١٩ إذا كانت : د(س) = س^{٢} ـ ٣ س ، ر(س) = س ـ ٣

(١) أوجد : د(٢) + ر(٢) (٢) أثبت أن : د(٣) = ر(٣) = صفر

الحــــــــل :

(١) د(٢) = (٢)^{٢} ـ ٣ × ٢ = ٤ ـ ٦ = ـ ٢

ر(٢) = ٢ ـ ٣ = ـ ١ ∴ د(٢) + ر(٢) = ـ ٢ + (ـ١) = ـ٣

(٢) د(٣) = (٣)^{٢} ـ ٣ × ٣ = ٩ ـ ٩ = ٠

ر(٣) = ٣ ـ ٣ = ٠ ∴ د(٣) = ر(٣) = صفر

---

٢٠ إذا كان المستقيم الذي يمثل الدالة د : د(س)= ٢ س + م ، د(٣) = ٩ أوجد قيمة م ، نقطة تقاطعه مع محور س

الحــــــــل :

∵ د(س) = ٢ س + م ، د(٣) = ٩

∴ ٢ × ٣ + م = ٩ ∴ ٦ + م = ٩ ∴ م = ٣

لإيجاد نقطة تقاطعه مع محور س نضع ص = صفر

∴ ٢ س + ٣ = ٠ ∴ ٢س = ـ ٣ ∴ س = ـ $\frac{٣}{٢}$

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور س هي (ـ $\frac{٣}{٢}$ ، ٠)

---

٢١ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د(س) = م س + ب يقطع محور س في النقطة (٣ ، ٠) ومحور ص في النقطة (٠ ، ـ٣) أوجد قيمة كل من م ، ب ثم أوجد قيمة د(١)

الحــــــــل : ∵ النقطة (٠ ، ـ٣) تحقق العلاقة

د(س) = م س + ب ∴ ـ ٣ = م × ٠ + ب ∴ ب = ـ ٣

∴ د(س) = م س ـ ٣ ∵ (٣ ، ٠) تحقق العلاقة

∴ ٠ = ٣ × م ـ ٣ ∴ ٣ م = ٣ ∴ م = ١

∴ د(س) = س ـ ٣ ∴ د(١) = ١ ـ ٣ = ـ ٢

---

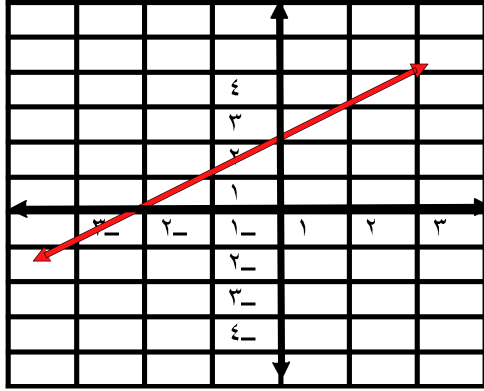
٢٢ إذا كان المستقيم د(س) = ٦س ـ ٩ ك يقطع محور س في النقطة (٦ ، م ـ٢) أوجد قيمتي م ، ك

أجب بنفسك

٢٣ مثل بيانياً د(س) = س + ٢ ومن الرسم أوجد مساحة سطح المثلث المحصور بين المستقيم ومحوري الإحداثيات.

الحــــــــل :

س	٠	ـ٢	١
د(س)	٢	٠	٣



∵ المستقيم يقطع محور ص في (٠ ، ٢) ومحور س في (ـ٢ ، ٠)

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ (٢ × ٢) = ٢ و . م

---

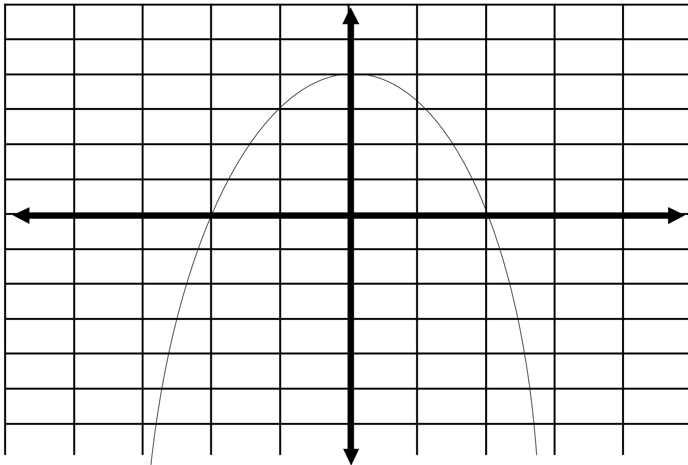
٢٤ مثل بيانيا : د(س) = ٤ ـ س^{٢} متخذاً س ∋ [ـ ٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد : ١) إحداثي رأس المنحنى

٢) معادلة محور التماثل ٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحــــــــل :

س	ـ٣	ـ٢	ـ١	٠	١	٢	٣
د(س)	ـ٥	٠	٣	٤	٣	٠	ـ٥



نقطة رأس المنحنى (٠ ، ٤) معادلة محور التماثل : س = صفر

القيمة العظمى للدالة = ٤

---

٢٥ مثل بيانيا : د(س) = س^{٢} ـ ١ متخذاً س ∋ [ـ ٣ ، ٣]

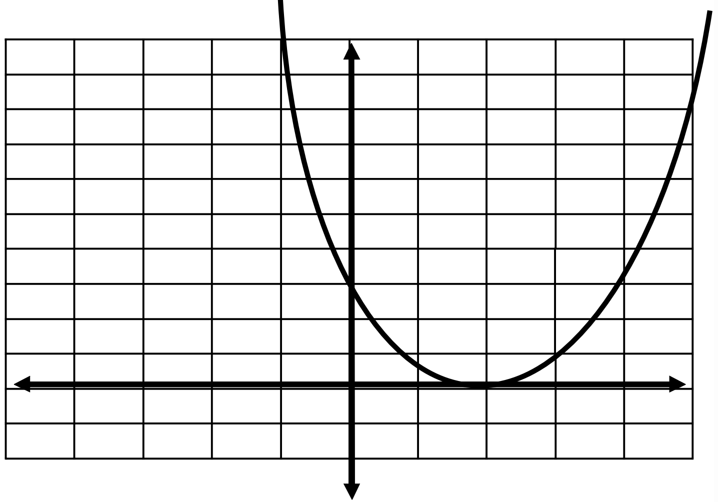
ومن الرسم أوجد : ١) إحداثي رأس المنحنى

٢) معادلة محور التماثل ٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

٢٦ مثل بيانيا : د(س) = (س ــ ٢)^{٢} متخذاً س ∋ [ــ ١ ، ٥]
ومن الرسم أوجد : ١) إحداثي رأس المنحنى
٢) معادلة محور التماثل ٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحـــــــــل :

س	ــ١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



نقطة رأس المنحنى (٢ ، ٠) معادلة محور التماثل س = ٢

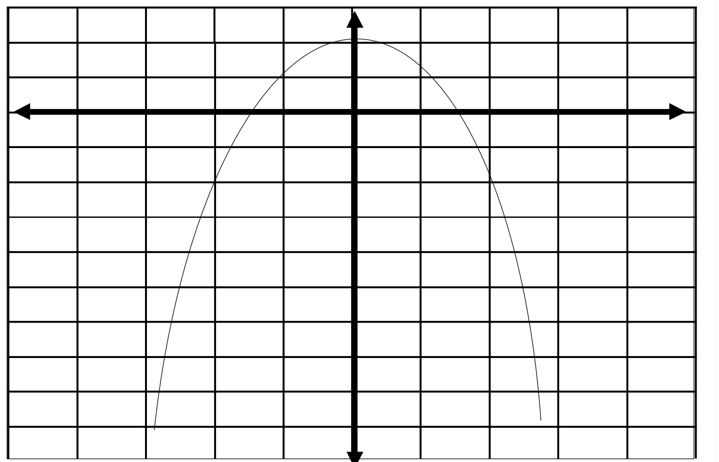
القيمة الصغرى للدالة = صفر

---

٢٧ مثل بيانيا : د(س) = ٢ ــ س^{٢} متخذاً س ∋ [ــ ٣ ، ٣]
ومن الرسم أوجد : ١) إحداثي رأس المنحنى
٢) معادلة محور التماثل ٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحـــــــــل :

س	ــ٣	ــ٢	ــ١	٠	١	٢	٣
د(س)	ــ٧	ــ٢	١	٢	١	ــ٢	ــ٧



نقطة رأس المنحنى (٠ ، ٢) معادلة محور التماثل : س = صفر

القيمة العظمى للدالة = ٢

---

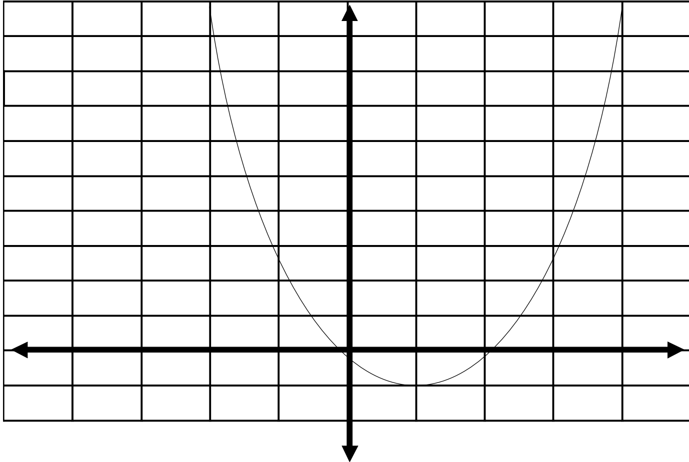
٢٨ مثل بيانياً د(س) = س^{٢} ــ ٤ متخذاً س ∋ [ــ ٣ ، ٣]

٢٩ مثل بيانياً د(س) = (س ــ ٣)^{٢} متخذاً س ∋ [٠ ، ٦]

٣٠ مثل بيانيا : د(س) = س^{٢}ــ ٢ س متخذاً س ∋ [ــ ٢ ، ٤]
ومن الرسم أوجد : ١) إحداثي رأس المنحنى
٢) معادلة محور التماثل ٣) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

الحـــــــــل :

س	ــ٢	ــ١	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	٨	٣	٠	ــ١	٠	٣	٨



نقطة رأس المنحنى (١ ، ــ١) معادلة محور التماثل : س = ١

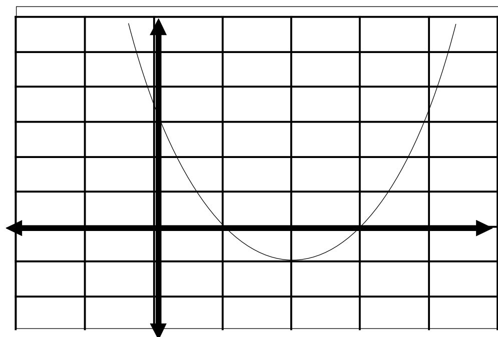
القيمة الصغرى للدالة = ــ ١

---

٣١ ارسم منحنى الدالة د : د(س) = س^{٢} ــ ٤ س + ٣ حيث
س ∋ [٠ ، ٤] ومن الرسم أوجد :
معادلة محور التماثل ، القيمة العظمى أو الصغرى للدالة .
الحـــــل : :

س	٠	١	٢	٣	٤
د(س)	٣	٠	ــ١	٠	٣

٣٢



٣٤

٣٥

٣٦

٣٧

نقطة رأس المنحنى (٢ ، ــ١) معادلة محور التماثل : س = ٢

القيمة الصغرى للدالة = ــ ١

---

٣٣ إذا كانت النقطة (ﻫ ، ٨) تقع على المستقيم الممثل للدالة د :

د(س) = ٣ س ــ ٧ أوجد قيمة ﻫ

الحل : ∵ (ﻫ ، ٨) ∋ للمستقيم ∴ ٨ = ٣ ﻫ ــ ٧

∴ ٣ ﻫ = ١٥ ∴ ﻫ = ٥

٣٤ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى حدّي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحـــــل

نفرض أن العدد س ∴ $\frac{\text{س} + ٧}{\text{س} + ١١} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٣ س + ٢١ = ٢ س + ٢٢ ∴ ٣ س − ٢ س = ٢٢ − ٢١

∴ س = ١ ∴ العدد هو ١

---

٣٥ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين .

الحـــــل :

نفرض أن العددين ٣ س ، ٧ س ∴ $\frac{\text{٣س} - ٥}{\text{٧س} - ٥} = \frac{١}{٣}$

∴ ٩ س − ١٥ = ٧ س − ٥ ∴ ٩س − ٧ س = ١٥ − ٥

∴ ٢ س = ١٠ ∴ س = ١٠ ÷ ٢ = ٥

∴ العدد الأول = ٣ × ٥ = ١٥ ، العدد الثاني = ٧ × ٥ = ٣٥

---

٣٦ أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى كل من حدّي النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

الحـــــل

نفرض أن العدد س ، مربعه $\text{س}^٢$ ∴ $\frac{\text{س}^٢ + ٧}{\text{س}^٢ + ١١} = \frac{٤}{٥}$

∴ ٥ $\text{س}^٢$ + ٣٥ = ٤ $\text{س}^٢$ + ٤٤ ∴ ٥$\text{س}^٢$ − ٤$\text{س}^٢$ = ٤٤ − ٣٥

∴ $\text{س}^٢$ = ٩ ∴ س = ± ٣ ∴ العدد هو ٣

---

٣٧ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين .

الحـــــل : نفرض أن العددين ٢ س ، ٣ س

∴ $\frac{\text{٢س} + ٧}{\text{٣س} - ١٢} = \frac{٥}{٣}$ ∴ ٦س + ٢١ = ١٥س − ٦٠

∴ ١٥ س − ٦ س = ٢١ + ٦٠ ∴ ٩س = ٨١ ∴ س = ٩

∴ العدد الأول = ٢ × ٩ = ١٨ ، العدد الثاني = ٣ × ٩ = ٢٧

---

٣٨ إذا كانت ٥ أ = ٣ ب أوجد قيمة $\frac{\text{٧ أ} + \text{٩ ب}}{\text{٤ أ} + \text{٢ ب}}$

الحـــــل :

∵ ٥ أ = ٣ ب ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٥}$ ∴ أ = ٣ م ، ب = ٥ م

∴ $\frac{\text{٧ أ} + \text{٩ ب}}{\text{٤ أ} + \text{٢ ب}} = \frac{٧ \times \text{٣ م} + ٩ \times \text{٥م}}{٤ \times \text{٣ م} + ٢ \times \text{٥ م}} = \frac{\text{٢١ م} + \text{٤٥ م}}{\text{١٢ م} + \text{١٠ م}} = \frac{\text{٦٦ م}}{\text{٢٢م}} = ٣$

تدريب : إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٢}{٥}$ أوجد قيمة $\frac{\text{٧ أ} - \text{٢ ب}}{\text{٣ أ} + \text{٢ ب}}$

---

٣٩ إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٣}{٤}$ فأوجد قيمة $\frac{\text{٣س} + \text{ص}}{\text{س} + \text{٥ص}}$

الحـــــل : ∵ س = ٣ م ، ص = ٤ م

$\frac{\text{٣س} + \text{ص}}{\text{س} + \text{٥ص}} = \frac{٣ \times \text{٣م} + \text{٤م}}{\text{٣م} + ٥ \times \text{٤ م}} = \frac{\text{٩م} + \text{٤م}}{\text{٣م} + \text{٢٠م}} = \frac{\text{١٣م}}{\text{٢٣م}} = \frac{١٣}{٢٣}$

---

٤٠ إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{١}{٩}$

وكان أ + ب + جـ = ٢٦ أوجد كلاً من أ ، ب ، جـ

الحـــــل : ∵ أ = م ، ب = ٣ م ، جـ = ٩ م

∵ أ + ب + جـ = ٢٦ ∴ م + ٣م + ٩م = ٢٦

∴ ١٣ م = ٢٦ ∴ م = ٢

∴ أ = ٢ ، ب = ٣ × ٢ = ٦ ، جـ = ٩ × ٢ = ١٨

---

٤١ إذا كان : $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٤} = \frac{\text{٢س} - \text{ص} + \text{٥ع}}{\text{٣ م}}$ أوجد م

الحـــــل :

بضرب النسبة الأولى × ٢ والثانية × −١ والثالثة × ٤ وجمع النسب:

∴ $\frac{\text{٢س} - \text{ص} + \text{٥ع}}{٤ - ٣ + ٢٠} = \frac{\text{٢س} - \text{ص} + \text{٥ع}}{٢١}$ = إحدى النسب

∴ ٣ م = ٢١ ∴ م = ٧

---

٤٢ إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فأثبت أن :

(١) $\frac{\text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د} - \text{جـ}}$

الحـــــل : ∵ أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$ ∴ أ = ب م ، جـ = د م

الأيمن = $\frac{\text{ب م}}{\text{ب} - \text{ب م}} = \frac{\text{ب م}}{\text{ب}(١ - \text{م})} = \frac{\text{م}}{١ - \text{م}}$

الأيسر = $\frac{\text{د م}}{\text{د} - \text{د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د}(١ - \text{م})} = \frac{\text{م}}{١ - \text{م}}$

∴ الطرفان متساويان

---

(٢) $\frac{\text{أ}^٢ + \text{جـ}^٢}{\text{ب}^٢ + \text{د}^٢} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب د}}$

الحـــــل :

الأيمن = $\frac{\text{ب}^٢\text{م}^٢ + \text{د}^٢\text{م}^٢}{\text{ب}^٢ + \text{د}^٢} = \frac{\text{م}^٢(\text{ب}^٢ + \text{د}^٢)}{\text{ب}^٢ + \text{د}^٢} = \text{م}^٢$

الأيسر = $\frac{\text{ب د م}^٢}{\text{ب د}} = \text{م}^٢$ ∴ الطرفان متساويان

(٣) $\frac{\text{٣أ} - \text{٦ جـ}}{\text{ب} - \text{٢ د}} = \frac{\text{٣أ}}{\text{ب}}$

الحـــــل :

الأيمن = $\frac{\text{٣ ب م} - \text{٦ د م}}{\text{ب} - \text{٢ د}} = \frac{\text{٣ م (ب} - \text{٢ د)}}{\text{ب} - \text{٢ د}} = \text{٣ م}$

الأيسر = $\frac{\text{٣ ب م}}{\text{ب}} = \text{٣ م}$ ∴ الطرفان متساويان

---

٤٣ إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين أ ، جـ فأثبت أن :

(١) $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}}$

الحـــــل : ∵ ب وسطاً متناسباً بين أ ، جـ

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$ ∴ ب = جـ م ، أ = جـ $\text{م}^{٢}$

الأيمن = $\frac{\text{جـ م}^{٢} - \text{جـ م}}{\text{جـ م}^{٢} - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م (م} - ١)}{\text{جـ (م}^{٢} - ١)} = \frac{\text{م (م} - ١)}{\text{(م} - ١)\text{(م} + ١)}$

= $\frac{\text{م}}{\text{م} + ١}$

الأيسر = $\frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ (م} + ١)} = \frac{\text{م}}{\text{م} + ١}$

∴ الطرفان متساويان

---

(٢) $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{أ}^{٢} + \text{جـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

الحـــــل :

الأيمن = $\frac{\text{جـ}^{٢}\text{م}^{٤} + \text{جـ}^{٢}\text{م}^{٢}}{\text{جـ}^{٢}\text{م}^{٢} + \text{جـ}^{٢}} = \frac{\text{جـ}^{٢}\text{م}^{٢}(\text{م}^{٢} + ١)}{\text{جـ}^{٢}(\text{م}^{٢} + ١)} = \text{م}^{٢}$

الأيسر = $\frac{\text{جـ م}^{٢}}{\text{جـ}} = \text{م}^{٢}$ ∴ الطرفان متساويان

---

(٣) $\frac{\text{٥ جـ}^{٢} - \text{٢ ب}^{٢}}{\text{٥ ب}^{٢} - \text{٢ أ}^{٢}} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$

الحـــــل :

الأيمن = $\frac{\text{٥ جـ}^{٢} - \text{٢جـ}^{٢}\text{م}^{٢}}{\text{٥جـ}^{٢}\text{م}^{٢} - \text{٢جـ}^{٢}\text{م}^{٤}} = \frac{\text{جـ}^{٢}(\text{٥} - \text{٢ م}^{٢})}{\text{جـ}^{٢}\text{م}^{٢}(\text{٥} - \text{٢م}^{٢})} = \frac{١}{\text{م}^{٢}}$

الأيسر = $\frac{\text{جـ}}{\text{جـ م}^{٢}} = \frac{١}{\text{م}^{٢}}$ ∴ الطرفان متساويان

---

(٤) $\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{جـ}^{٢}} = \frac{\text{٢ أ}^{٢}}{\text{جـ}}$ أجب بنفسك

---

٤٤ إذا كانت $\frac{\text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د} - \text{جـ}}$ فأثبت أن أ ، ب ، جـ ، د متناسبة

الحـــــل : ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب} - \text{أ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د} - \text{جـ}}$

∴ أ د − أ جـ = ب جـ − أ جـ

∴ أ د = ب جـ ومنها $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

∴ أ ، ب ، جـ ، د متناسبة

---

٤٥ إذا كان : $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ فأثبت أن :

(١) $\frac{\text{٢ ص} - \text{ع}}{\text{٣س} - \text{٢ ص} + \text{ع}} = \frac{١}{٢}$

الحـــــل : ∵ س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\frac{٢ \times \text{٤ م} - \text{٥ م}}{٣ \times \text{٣م} - ٢ \times \text{٤م} + \text{٥ م}} = \frac{\text{٨ م} - \text{٥ م}}{\text{٩م} - \text{٨ م} + \text{٥ م}} = \frac{\text{٣ م}}{\text{٦ م}}$

= $\frac{١}{٢}$ = الأيسر

---

(٢) $\sqrt{\text{٣س}^{٢} + \text{٣ ص}^{٢} + \text{ع}^{٢}} = \text{٢ س} + \text{ص}$

الحـــــل : ∵ س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

الأيمن = $\sqrt{٣ \times (\text{٣م})^{٢} + ٣ \times (\text{٤م})^{٢} + (\text{٥م})^{٢}}$

= $\sqrt{٣ \times \text{٩ م}^{٢} + ٣ \times \text{١٦ م}^{٢} + \text{٢٥ م}^{٢}}$

= $\sqrt{\text{٢٧ م}^{٢} + \text{٤٨ م}^{٢} + \text{٢٥ م}^{٢}} = \sqrt{\text{١٠٠ م}^{٢}} = \text{١٠ م}$

الأيسر = ٢ × ٣ م + ٤ م = ٦ م + ٤ م = ١٠ م

∴ الطرفان متساويان

---

٤٦ إذا كان أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل فأثبت أن :

$\frac{\text{جـ}^{٢} - \text{د}^{٢}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب د}}{\text{أ}}$

الحـــــل : ∵ أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

∴ أ = د $\text{م}^{٣}$ ، ب = د $\text{م}^{٢}$ ، جـ = د م

الأيمن = $\frac{\text{د}^{٢}\text{م}^{٢} - \text{د}^{٢}}{\text{د م}^{٣} - \text{د م}} = \frac{\text{د}^{٢}(\text{م}^{٢} - ١)}{\text{د م}(\text{م}^{٢} - ١)} = \frac{\text{د}}{\text{م}}$

الأيسر = $\frac{\text{د}^{٢}\text{م}^{٢}}{\text{د م}^{٣}} = \frac{\text{د}}{\text{م}}$

∴ الطرفان متساويان

٤٧ إذا كان $\frac{\text{٢أ − ب}}{\text{٢ب − جـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

أثبت أن ب وسط متناسب بين أ ، جـ

الحـــــــــــل : ∵ $\frac{\text{٢أ − ب}}{\text{٢ب − جـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

∴ ٢أب − $\text{ب}^{٢}$ = ٢أب − أجـ ∴ $\text{ب}^{٢}$ = أجـ

∴ ب وسطاً متناسباً بين أ ، جـ

---

٤٨ إذا كان $\frac{\text{أ + ب}}{\text{٥}} = \frac{\text{ب + جـ}}{\text{٣}} = \frac{\text{جـ + أ}}{\text{٦}}$ فأثبت أن : $\frac{\text{أ + ب + جـ}}{\text{أ − جـ}} = \frac{\text{٧}}{\text{٢}}$

الحـــــــــــل

بجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاث :

∴ $\frac{\text{أ + ب + ب + جـ + جـ + أ}}{\text{٥ + ٣ + ٦}} = \frac{\text{٢(أ + ب + جـ)}}{\text{١٤}} = \frac{\text{أ + ب + جـ}}{\text{٧}}$

= إحدى النسب ⟵ (١)

بطرح النسبة الثانية من الأولى :

∴ $\frac{\text{أ + ب − ب − جـ}}{\text{٥ − ٣}} = \frac{\text{أ − جـ}}{\text{٢}}$ = إحدى النسب ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ $\frac{\text{أ + ب + جـ}}{\text{٧}} = \frac{\text{أ − جـ}}{\text{٢}}$ ينتج أن

$\frac{\text{أ + ب + جـ}}{\text{أ − جـ}} = \frac{\text{٧}}{\text{٢}}$

---

٤٩ إذا كانت: $\frac{\text{س + ص}}{\text{٥}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{ع + س}}{\text{٧}}$ أثبت أن :

$\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٤}}$

الحـــــــــــل :

بضرب حدّي النسبة الثانية × −١ وجمع النسب الثلاث :

$\frac{\text{س + ص − ص − ع + ع + س}}{\text{٥ − ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢س}}{\text{٤}} = \frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = إحدى النسب

بضرب حدّي النسبة الثالثة × −١ وجمع النسب الثلاث :

$\frac{\text{س + ص + ص + ع − ع − س}}{\text{٥ + ٨ − ٧}} = \frac{\text{٢ص}}{\text{٦}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}}$ = إحدى النسب

بضرب حدّي النسبة الثالثة × −١ وجمع النسب الثلاث :

$\frac{\text{− س − ص + ص + ع + ع + س}}{\text{− ٥ + ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢ع}}{\text{١٠}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$ = إحدى النسب

من (١) ، (٢) ، (٣) ينتج أن $\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٤}}$

---

٥٠ إذا كانت : $\frac{\text{س}}{\text{٢أ + ب}} = \frac{\text{ص}}{\text{٢ب − جـ}} = \frac{\text{ع}}{\text{٢جـ − أ}}$

أثبت أن : $\frac{\text{٢س + ص}}{\text{٤أ + ٤ب − جـ}} = \frac{\text{٢س + ص + ع}}{\text{٣أ + ٦ب}}$

الحـــــــــــل :

بضرب النسبة الأولى × ٢ وجمع النسبتين الأولى والثانية

∴ $\frac{\text{٢س + ص}}{\text{٤أ + ٢ب + ٢ب − جـ}} = \frac{\text{٢س + ص}}{\text{٤أ + ٤ب − جـ}}$ = إحدى النسب ١

بضرب النسبة الأولى والثانية × ٢ وجمع النسب الثلاث

∴ $\frac{\text{٢س + ٢ص + ع}}{\text{٤أ + ٢ب + ٤ب − ٢جـ + ٢جـ − أ}} = \frac{\text{٢س + ص + ع}}{\text{٣أ + ٦ب}}$

= إحدى النسب ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن : $\frac{\text{٢س + ص}}{\text{٤أ + ٤ب − جـ}} = \frac{\text{٢س + ص + ع}}{\text{٣أ + ٦ب}}$

---

٥١ إذا كانت : $\frac{\text{س + ص}}{\text{٧}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٥}} = \frac{\text{ع + س}}{\text{٨}}$

أثبت أن : $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س − ع}} = ٥$

الحـــــــــــل :

بجمع مقدمات وتوالي النسب الثلاث :

∴ $\frac{\text{س + ص + ص + ع + ع + س}}{\text{٧ + ٥ + ٨}} = \frac{\text{٢(س + ص + ع)}}{\text{٢٠}}$

= $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{١٠}}$ = إحدى النسب ١

بطرح حدّ النسبة الثانية من حدّي النسبة الأولى

∴ $\frac{\text{س + ص − ص − ع}}{\text{٧ − ٥}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{٢}}$ = إحدى النسب ٢

من (١) ، (٢) $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{١٠}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{٢}}$ ينتج أن

∴ $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س − ع}} = ٥$

---

٥٢ أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى ٧ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ فإنها تكون متناسبة . الحـــــــــــل :

نفرض أن العدد س ∴ $\frac{\text{س + ٧}}{\text{س + ٩}} = \frac{\text{س + ١٢}}{\text{س + ١٥}}$

(س + ٧)(س + ١٥) = (س + ٩)(س + ١٢)

∴ $\text{س}^{٢}$ + ٢٢س + ١٠٥ = $\text{س}^{٢}$ + ٢١س + ١٠٨

∴ ٢٢ س − ٢١ س = ١٠٨ − ١٠٥ ∴ س = ٣

∴ العدد هو ٣

مراجعة ليلة الامتحان للصف الثالث الإعدادي مادة الرياضيات (فرع الجبر) الفصل الدراسي الأول

٥٢) إذا كانت ص تتغير طردياً مع س ، وكانت ص = ١٠ عندما س = ٧ فأوجد س عندما ص = ٢٠

الحـــل : ∵ ص ∝ س ∴ $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

∴ $\frac{١٠}{٢٠} = \frac{٧}{س}$ ∴ $س = \frac{٧ \times ٢٠}{١٠} = ١٤$

---

٥٣) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ١٤

الحـــل : ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٢٠ = م × ٧ ∴ $م = \frac{٢٠}{٧}$

∴ $ص = \frac{٢٠}{٧}$ س العلاقة بين س ، ص

عندما س = ١٤ ∴ $ص = \frac{٢٠}{٧} \times ١٤ = ٤٠$

---

٥٤) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ١٥ عندما س = ١ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة س عندما ص = ٩٠

الحـــل : ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ١٥ = م × ١ ∴ م = ١٥

∴ ص = ١٥ س العلاقة بين س ، ص

عندما ص = ٩٠ ∴ ٩٠ = ١٥ س ∴ س = ٦

---

٥٥) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٦٠

الحـــل : ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ١٤ = م × ٤٢ ∴ $م = \frac{١٤}{٤٢} = \frac{١}{٣}$

∴ $ص = \frac{١}{٣}$ س العلاقة بين س ، ص

عندما س = ٦٠ ∴ $ص = \frac{١}{٣} \times ٦٠ = ٢٠$

---

٥٦) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ٦ عندما س = ٣ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٥

الحـــل : ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٦ = م × ٣ ∴ م = ٢

∴ ص = ٢ س العلاقة بين س ، ص

عندما س = ٥ ∴ ص = ٥ × ٢ = ١٠

طريق الأوائل طريقك إلى القمة

---

٥٧) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س ، وكانت ص = ١٠ عندما س = ٣ فأوجد ص عندما س = ٥

الحـــل : ∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

∴ $\frac{١٠}{ص} = \frac{٥}{٣}$ ∴ $ص = \frac{١٠ \times ٣}{٥} = ٦$

---

٥٨) إذا كانت ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٢ عندما س = ٤ أوجد :

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ١٦

الحـــل :

∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ $ص = \frac{م}{س}$ ∴ $٢ = \frac{م}{٤}$

∴ م = ٨ ∴ $ص = \frac{٨}{س}$ العلاقة بين ص ، س

عندما س = ١٦ ∴ $ص = \frac{٨}{١٦} = \frac{١}{٢}$

---

٥٩) إذا كانت ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢ أوجد :

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحـــل :

∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ $ص = \frac{م}{س}$ ∴ $٣ = \frac{م}{٢}$

∴ م = ٦ ∴ $ص = \frac{٦}{س}$ العلاقة بين ص ، س

عندما س = ١,٥ ∴ $ص = \frac{٦}{١,٥} = ٤$

---

٦٠) إذا كانت ص = ٣ + أ وكانت أ ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٥ عندما س = ١ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد ص عندما س= ٢

الحـــل :

∵ أ ∝ $\frac{١}{س}$ أ = $\frac{م}{س}$ ∴ ص = ٣ + $\frac{م}{س}$

∴ ٥ = ٣ + $\frac{م}{١}$ ∴ م = ٥ − ٣ = ٢

∴ ص = ٣ + $\frac{٢}{س}$ العلاقة بين ص ، س

عندما س = ٢ ∴ ص = ٣ + $\frac{٢}{٢}$ = ٣ + ١ = ٤

---

٦١) إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة(ع) يتغير عكسياً بتغير مربع طول نصف قطرها (نق) وكان ع = ٢٧سم عندما نق = ١٠,٥ سم فأوجد ع عندما نق = ١٥,٧٥ سم

الحـــل : ∵ ع ∝ $\frac{١}{نق^٢}$ ∴ $\frac{ع_١}{ع_٢} = \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

∴ $\frac{٢٧}{ع} = \frac{(١٥,٧٥)^٢}{(١٠,٥)^٢}$ ∴ ع = ١٢

٦٢) إذا كانت ص = س + ٥ وكان س $\propto$ ل فإذا كان ص = ١٣ عند ل = ٢ أوجد العلاقة بين ص ، ل ثم اوجد قيمة ص ، س عندما ل = ٣

الحـــــــــل

∵ س $\propto$ ل ∴ س = م ل ∴ ص = م ل + ٥

∴ ١٣ = ٢ م + ٥ ∴ ٢ م = ١٣ ـ ٥ = ٨ ∴ م = ٤

∴ العلاقة بين ص ، ل هي : **ص = ٤ ل + ٥**

عندما ل = ٣ ∴ ص = ٤ × ٣ + ٥ = ١٢ + ٥ = ١٧

عندما ل = ٣ ∴ س = ٤ × ٣ = ١٢

---

٦٣) تسير سيارة بسرعة ثابتة حيث تتناسب المسافة(ف) المقطوعة طردياً مع الزمن(ن) فإذا سارت السيارة ٩٠ كم في ساعة ونصف فاكتب العلاقة بين المسافة والزمن ثم أوجد المسافة التي قطعتها السيارة في ساعتان ونصف .

الحـــــــــل

∵ ف $\propto$ ن ∴ ف = م ن ٩٠ = ١,٥ م

∴ م = ٦٠ ∴ ف = ٦٠ ن العلاقة بين المسافة والزمن

عندما ن = ٢,٥ ∴ ف = ٦٠ × ٢,٥ = ١٥٠ كم

---

٦٤) من بيانات الجدول المقابل أجب عما يأتي :

١) اذكر نوع التغير من حيث كونه طردياً أو عكسياً

٢) أوجد العلاقة بين س ، ص

٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

الحـــــــــل

∵ $س_١$ = ٢ ، $س_٢$ = ٤ ، $ص_١$ = ٦ ، $ص_٢$ = ٣

∴ $\frac{٢}{٤} \neq \frac{٦}{٣}$ ∴ التغير عكسي

∵ ص $\propto \frac{١}{س}$ ∴ ص = $\frac{م}{س}$ ∴ ٦ = $\frac{م}{٢}$

∴ م = ١٢ ∴ ص = $\frac{١٢}{س}$ العلاقة بين س ، ص

عندما س = ٣ ∴ ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

---

٦٥) إذا كان : $\frac{٢١ س ـ ص}{٧ س ـ ع} = \frac{ص}{ع}$ أثبت أن ص $\propto$ ع

الحـــــــــل :

∵ $\frac{٢١ س ـ ص}{٧ س ـ ع} = \frac{ص}{ع}$

٢١ س ع ـ ص ع = ٧ س ص ـ ص ع (÷ ٧س)

∴ ٣ ع = ص ∴ ص $\propto$ ع

---

٦٦) إذا كان : ٤ $س^٢$ ـ ٢٠ س ص + ٢٥ $ص^٢$ = ٠

أثبت أن ص تتناسب طردياً مع س

الحـــــــــل :

∵ ٤ $س^٢$ ـ ٢٠ س ص + ٢٥ $ص^٢$ = ٠ ∴ $(٢س ـ ٥ص)^٢$ = ٠

∴ ٢ س ـ ٥ ص = ٠ ∴ ٢ س = ٥ ص

∴ ص = $\frac{٢}{٥}$ س ∴ ص تتناسب طردياً مع س

---

٦٧) إذا كانت $س^٢ ص^٢$ + ٩ = ٦ س ص أثبت أن ص $\propto \frac{١}{س}$

الحـــــــــل :

∵ $س^٢ ص^٢$ + ٩ = ٦ س ص ∴ $س^٢ ص^٢$ ـ ٦ س ص + ٩ = ٠

∴ $(س ص ـ ٣)^٢$ = ٠ ∴ س ص ـ ٣ = ٠

∴ س ص = ٣ ∴ ص $\propto \frac{١}{س}$

---

٦٨) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم :

(١) ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ٩ ، ١١

الحـــــــــل :

$\bar{س} = \frac{٦ + ٥ + ٤ + ٧ + ٩ + ١١}{٦} = ٧$

س	س ــ س	س ــ س
٦	٦ ـ ٧ = ـ ١	١
٥	٥ ـ ٧ = ـ ٢	٤
٤	٤ ـ ٧ = ـ ٣	٩
٧	٧ ـ ٧ = صفر	صفر
٩	٩ ـ ٧ = ٢	٤
١١	١١ ـ ٧ = ٤	١٦
مجـ		٣٤

الانحراف المعياري " σ " = $\sqrt{\frac{٣٤}{٦}} \simeq ٢,٤$

---

(٢) ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦

الحـــــــــل :

$\bar{س} = \frac{٦ + ٥ + ٨ + ٧ + ٩}{٥} = ٧$

س	س ــ س	س ــ س
٥	٥ ـ ٧ = ـ ٢	٤
٧	٧ ـ ٧ = صفر	صفر
٨	٨ ـ ٧ = ١	١
٩	٩ ـ ٧ = ٢	٤
٦	٦ ـ ٧ = ـ ١	١
مجـ		١٠

الانحراف المعياري " σ " = $\sqrt{\frac{١٠}{٥}} \simeq ١,٤$

مراجعة ليلة الامتحان للصف الثالث الإعدادي مادة الرياضيات (فرع الجبر) الفصل الدراسي الأول

(٣) ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦

الحـــــــل : س = $\frac{٤ + ٨ + ١٢ + ١٠ + ٦}{٥}$ = ٦

س	س ـ س	(س ـ س)^2
٤	٤ ـ ٦ = ـ ٢	٤
٨	٨ ـ ٦ = ٢	٤
١٢	١٢ ـ ٦ = ٦	٣٦
١٠	١٠ ـ ٦ = ٤	١٦
٦	٦ ـ ٦ = صفر	صفر
مجـ		٦٠

الانحراف المعياري " σ " = $\sqrt{\frac{٦٠}{٥}}$ ≃ ٣,٥



٦٩) فيما يلي جدول توزيع تكراري يوضح عدد الأهداف التي سجلت :

عدد الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد المباريات	١	٤	٦	٩	٥	٣	٢

أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعمر بالسنوات .

الحـــــــل :

س	ك	س ك	س ـ س	(س ـ س)^2	(س ـ س)^2 ك
٠	١	٠	ـ ٣	٩	٩
١	٤	٤	ـ ٢	٤	١٦
٢	٦	١٢	ـ ١	١	٦
٣	٩	٢٧	٠	٠	٠
٤	٥	٢٠	١	١	٥
٥	٣	١٥	٢	٤	١٢
٦	٢	١٢	٣	٩	١٨
مجـ	٣٠	٩٠			٦٦

س = مجـ س × ك ÷ مجـ ك = ٩٠ ÷ ٣٠ = ٣

∴ σ = $\sqrt{\frac{٦٦}{٣٠}}$ ≃ ١,٤٨٣

---

٧٠) فيما يلي جدول توزيع تكراري يبين أعمار ١٠ أطفال :

العمر	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعمر بالسنوات

الحـــــــل :

س	ك	س ك	س ـ س	(س ـ س)^2	(س ـ س)^2 ك
٥	١	٥	ـ ٤	١٦	١٦
٨	٢	١٦	ـ ١	١	٢
٩	٣	٢٧	صفر	صفر	صفر
١٠	٣	٣٠	١	١	٣
١٢	١	١٢	٣	٩	٩
مجـ	١٠	٩٠			٣٠

س = مجـ س × ك ÷ مجـ ك = ٩٠ ÷ ١٠ = ٩

∴ σ = $\sqrt{\frac{٣٠}{١٠}}$ ≃ ١,٧

---

٧١) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري :

المجموعات	٠ ـ	٤ ـ	٨ ـ	١٢ ـ	١٦ـ	المجموع
التكرار	٥	١٠	١٥	١٠	٥	٤٥

الحـــــــل :

المجموعات	س	ك	س ك	س ـ س	(س ـ س)^2	(س ـ س)^2 × ك
٠ ـ	٢	٥	١٠	ـ ٨	٦٤	٣٢٠
٤ ـ	٦	١٠	٦٠	ـ ٤	١٦	١٦٠
٨ ـ	١٠	١٥	١٥٠	صفر	صفر	٠
١٢ ـ	١٤	١٠	١٤٠	٤	١٦	١٦٠
١٦ ـ	١٨	٥	٩٠	٨	٦٤	٣٢٠
مجـ		٤٥	٤٥٠			٩٦٠

س = مجـ س × ك ÷ مجـ ك = ٤٥٠ ÷ ٤٥ = ١٠

∴ σ = $\sqrt{\frac{٩٦٠}{٤٥}}$ ≃ ٤,٦١٨

---

٧٢) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري :

المجموعات	٠ ـ	١٠ ـ	٢٠ ـ	٣٠ ـ	٤٠	المجموع
التكرار	٢	٣	١٨	٧	١٠	٤٠

الحـــــــل :

المجموعات	س	ك	س ك	س ـ س	(س ـ س)^2	(س ـ س)^2 × ك
٠ ـ	٥	٢	١٠	ـ ٢٥	٦٢٥	١٢٥٠
١٠ ـ	١٥	٣	٤٥	ـ ١٥	٢٢٥	٦٧٥
٢٠ ـ	٢٥	١٨	٤٥٠	ـ ٥	٢٥	٤٥٠
٣٠ ـ	٣٥	٧	٢٤٥	٥	٢٥	١٧٥
٤٠ ـ	٤٥	١٠	٤٥٠	١٥	٢٢٥	٢٢٥٠
مجـ		٤٠	١٢٠٠			٤٨٠٠

س = مجـ س × ك ÷ مجـ ك = ١٢٠٠ ÷ ٤٠ = ٣٠

∴ σ = $\sqrt{\frac{٤٨٠٠}{٤٠}}$ ≃ ١٠,٩٥

---

٧٣) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم :

(١) ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

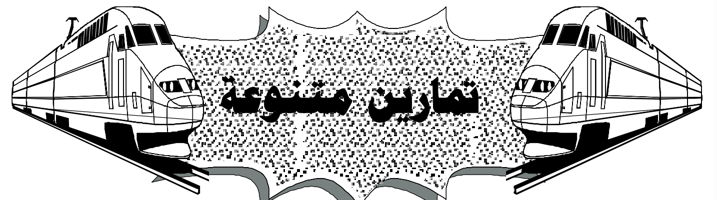
(٢) ١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

(٣) ١٤ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٣

(٤) ١٥ ، ٣٠ ، ٦ ، ١٨ ، ١٦

DON'T MISS This

أجب بنفسك



١) إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ١٢ ، ٤٧ ، ٥٣ }
وكانت ع علاقة من س إلى ص تعني أن " ٲ رقم من أرقام العدد ب "
أكتب بيان ع ومثله بمخطط بياني . هل ع دالة أم لا وأوجد مداها

الحـــــل :

بيان ع = { (١ ، ١٢) ، (٢ ، ١٢) ، (٣ ، ٥٣) }

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س ظهر كمسقط أول مرة واحدة في بيان ع   المدى = { ١٢ ، ٥٣ }   مثل بنفسك

---

٢) إذا كانت ($\text{س}^{٥}$ ، ص – ١) = (٣٢ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$) فأوجد س ، ص

الحـــــل :

∵ $\text{س}^{٥}$ = ٣٢   ∴ س = ٢

، ص – ١ = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣   ∴ ص – ١ = ٣   ∴ ص = ٤

---

٣) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٣ } حيث " ٲ + ب = عدد أولى " اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا ؟ أوجد مداها ؟

الحـــــل :

بيان ع = { (١ ، ١) ، (٣ ، ٠) ، (٥ ، ٠) }

ع تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد
المدى = { ٠ ، ١ }   مثل بنفسك

---

٤) إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } حيث " ٲ مضاعف للعدد ب "
اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب
حيث ٲ ، ب ∈ س وإذا كان (٢ ، ب) ∈ بيان ع فأوجد قيمة ب

أجب بنفسك

٥) إذا كان : د(س) = ٣ س + ب ، د(٤) = ١٣ فأوجد قيمة ب

الحـــــل :

∵ د(٤) = ١٣   ∴ نعوض عن س = ٤ ، د(س) = ١٣

∴ ٣ × ٤ + ب = ١٣   ∴ ١٢ + ب = ١٣   ∴ ب = ١

---

٦) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : د(س) = ٢ س + ب يقطع محور ص في النقطة (ٲ – ٤ ، ٥) فأوجد قيمة ٲ ، ب

الحـــــل : ∵ المستقيم يقطع محور ص   ∴ ٲ – ٤ = ٠

ٲ = ٤   ∵ النقطة (٠ ، ٥) تقع على المستقيم   ∴ ب = ٥

---

٧) أكمل : ١- إذا كان د(س) = ٣ فإن د(٥) = ... ٣
٢- الدالة د(س) = ٢س + ٤$\text{س}^{٣}$ + ٥ من الدرجة .... الثالثة
٣- د(س) = ٢ س + ٥ تسمى دالة .... خطية
٤- إذا كان د(س) = ٤ فإن د(٧) + د(–٧) = ... ٨
٥- إذا كان : ٤ $\text{س}^{٢}$ – ٢٠ س ص + ٢٥ $\text{ص}^{٢}$ = صفر
فإن س : ص = ... ٥ : ٢

---

٨) إذا كانت س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة فأثبت أن :

$$\sqrt[٣]{\frac{\text{٥ س}^{٣} - \text{٣ ع}^{٣}}{\text{٥ ص}^{٣} - \text{٣ ل}^{٣}}} = \frac{\text{س + ع}}{\text{ص + ل}}$$

الحـــــل :

∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ل}}$ = م   ∴ س = ص م ، ع = ل م

∴ الأيمن = $\sqrt[٣]{\frac{\text{٥ص}^{٣}\text{م}^{٣} - \text{٣ ل}^{٣}\text{م}^{٣}}{\text{٥ ص}^{٣} - \text{٣ ل}^{٣}}} = \sqrt[٣]{\frac{\text{م}^{٣}(\text{٥ص}^{٣} - \text{٣ ل}^{٣})}{\text{٥ ص}^{٣} - \text{٣ ل}^{٣}}}$

= $\sqrt[٣]{\text{م}^{٣}}$ = م

الأيسر = $\frac{\text{ص م + ل م}}{\text{ص + ل}} = \frac{\text{م (ص + ل)}}{\text{ص + ل}}$ = م   ∴ الطرفان متساويان

---

٩) إذا كان : ٢ ٲ = ٣ ب = ٤ جـ فأوجد ٲ : ب : جـ

الحـــــل : ∵ ٢ ٲ = ٣ ب = ٤ جـ   بالقسمة ÷ ١٢

∴ $\frac{\text{ٲ}}{٦} = \frac{\text{ب}}{٤} = \frac{\text{جـ}}{٣}$ ∴ ٲ : ب : جـ = ٦ : ٤ : ٣

---

١٠) إذا كان بيان الدالة د = { (١، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١) } أ) أكتب كلاً من مجال ومدى الدالة د
ب) اكتب قاعدة الدالة د

الحـــــل :
مجال الدالة د = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }
مدى الدالة د = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }
قاعدة الدالة د هي د(س) = ٢ س + ١

تراكمي :

١) [٣ ، ٥] – { ٥ } = ...   [٣ ، ٥ [

٢) م . ح المتباينة – س > ٢ هي ....   ] –∞ ، –٢ [

٣) إذا كان $٣^{\text{س}-٢}$ = ١ فإن س = ...   ٢

٤) $٣^{\text{س}} + ٣^{\text{س}} + ٣^{\text{س}}$ = ... $٣^{\text{س}+١}$

٥) دائرة طول قطرها ١٠ سم فإن مساحتها = ...   ٢٥ π

٦) مكعب حجمه ٢٧ $\text{سم}^{٣}$ فإن مساحته الكلية = ...   ٥٤

٧) مساحة المربع الذي طول ضلعه $\sqrt{٥}$ سم = ...   ٥ $\text{سم}^{٢}$

٨) طول ضلع المربع الذي مساحته ١٠ $\text{سم}^{٢}$ = ... $\sqrt{١٠}$

٩) إذا كان العدد $\frac{٧}{\text{س} - ٣}$ ∈ ن فإن س ≠ ٣

مراجعة ليلة الامتحان للصف الثالث الإعدادي مادة الرياضيات (فرع الجبر) الفصل الدراسي الأول

١١) إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢} ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ } وكانت د(س) = ٥ – س أوجد :

أ) صور عناصر س للدالة د　　ب) ارسم المخطط السهمي

الحـــــل :

∵ س = ٠　∴ د(س) = ٥ – ٠ = ٥

∵ س = ١　∴ د(س) = ٥ – ١ = ٤

∵ س = ٢　∴ د(س) = ٥ – ٢ = ٣

∴ صور عناصر س للدالة د " المدى " = {٥ ، ٤ ، ٣ }

مثل بنفسك

---

١٢) إذا كانت س = { ٢ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } أوجد

أ) س × ص　　ب) ن(ص^{٢})

الحـــــل :

أ) س × ص = { (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) }

ب) ن(ص^{٢}) = ٣ × ٣ = ٩

---

١٣) إذا كانت ص ∝ س^{٢} ، وكانت ص = ٣٦ عندما س = ٣ أوجد (١) العلاقة بين س ، ص (٢) قيمة ص عندما س = $\frac{١}{٢}$

الحـــــل :

∵ ص ∝ س^{٢}　∴ ص = م س^{٢}

∴ ٣٦ = م × ٩　∴ م = ٤

∴ ص = ٤ س^{٢}　العلاقة بين س ، ص

عندما س = $\frac{١}{٢}$　∴ ص = ٤ × $\frac{١}{٤}$ = ١

---

١٤) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + ك

إذا كان : أ و = ٩ وحدات

أوجد : ١) قيمة ك

٢) إحداثي كل من ب ، جـ

٣) مساحة △ أ ب جـ

الحـــــل

∵ أ و = ٩ وحدات　∴ أ (٠ ، –٩)　∴ أ تحقق المعادلة

∴ –٩ = (٠)^{٢} + ك　∴ ك = –٩

∵ منحنى الدالة يقطع محور السينات في ب ، جـ

∴ ٠ = س^{٢} – ٩　∴ س^{٢} = ٩　∴ س = ± ٣

∴ ب (٣ ، ٠)　،　جـ (–٣ ، ٠)　∴ ب جـ = ٦ وحدات

∴ مـ △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٩ = ٢٧ وحدة مربعة

---

١٥) الشكل المقابل يوضح المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ الذي يمثل الدالة د حيث د(س) = ٤ ، فإذا كان $\overleftrightarrow{أو}$ يمثل الدالة الخطية ر حيث ر(س) = ن س + ل وكانت مساحة سطح المثلث أ ب و = ٤ وحدات مربعة فأوجد قيمة : ن ، ل

الحـــــل

∵ أ ب يمثل الدالة د(س) = ٤

، نقطة ب ∈ محور ص　∴ ب = (٠ ، ٤)

∴ و ب = ٤ و.ط　∵ مـ △ أ ب و = ٤ و.م

∴ $\frac{١}{٢}$ أ ب × و ب = ٤　∴ أ ب × ٤ = ٨　∴ أ ب = ٢ و.ط

∴ أ = (٢ ، ٤)　∵ و = (٠ ، ٠) ∈ للمستقيم ر

∴ ٠ = ن × ٠ + ل　∴ ل = ٠　∴ ر(س) = ن س

∴ ٤ = ٢ ن　∴ ن = ٢

---

١٦) الشكل المقابل يمثل د : د(س) = ٢ س – ٦

أ) أوجد إحداثيي كل من أ ، ب

ب) أوجد مساحة △ أ و ب

الحـــــل

بفرض أن أ (س ، ٠)　∴ ٢ س – ٦ = ٠

∴ ٢ س = ٦　∴ س = ٣　∴ أ (٣ ، ٠)

بفرض أن ب (٠ ، ص)

∴ ص = ٢ × ٠ – ٦　∴ ص = –٦　∴ ب (٠ ، –٦)

مساحة △ أ و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٦ = ٩ وحدات مربعة

---

١٧) الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د : د(س) = م – س^{٢}

فإذا كان و أ = ٤ وحدات أوجد:

١) قيمة م　　٢) إحداثيى ب ، جـ

٣) مساحة المثلث أ ب جـ